



Informatik Spektrum

Organ der Gesellschaft für Informatik e.V. und mit ihr assoziierter Organisationen

SI
schweizer informatik gesellschaft
société suisse d'informatique
società svizzera per l'informatica
swiss informatics society

Band 36
Heft 6
Dezember
2013



 Springer

Bewertung von Software
Überwacht uns das Internet?
Web Science

Leibniz und Newton

Der Prioritätenstreit um den Infinitesimalkalkül*

Roland Z. Bulirsch

Leibniz

Paris, 13. November 1717. Feier in der Académie des sciences zum Gedenken an den im Jahr zuvor verstorbenen Leibniz. Der Sekretär der Akademie, Graf de Fontenelle¹, spricht:

... Im Jahre 1684 gab der Herr von Leibnitz die Regeln des Calculi differentialis in die Leipziger Akten. ... Es ist dieses eine neue, sich sehr weit erstreckende, sehr subtile und sehr schwere Wissenschaft ... Die berühmten Brüder Bernoulli ... übten sich in dieser Rechnung mit erstaunendem Fortgange. Wo sie nur hinsahen, fanden sie die erhabensten, kühnsten und unverhofftesten Auflösungen der schwersten Aufgaben ...

In dieser berühmten Lob- und Gedenkrede² würdigt de Fontenelle den großen Toten und seine unsterblichen Leistungen. Der französische Graf hatte nicht übertrieben und die Wahrheit gesagt, wie überhaupt Frankreich Leibniz hoch geschätzt hat. Voltaire, trotz aller seiner Spottlust, über Leibniz: *Er lehrte die Könige und erleuchtete die Weisen, weiser als sie, kannte er den Zweifel.*

Der Historiker Golo Mann, ein nüchterner Realist, nennt ihn den *göttlichen Leibniz*³.

1684 war Leibnizens Abhandlung über die Differential- und Integralrechnung in den *Acta Eruditorum* in Leipzig erschienen, der ersten gelehrten Zeitschrift Deutschlands. Titel der im Monat Oktober 1684 erschienenen und ab Seite 467 ab-

MENSIS OCTOBRIS A. M DCLXXXIV. 467
NOVA METHODVS PRO MAXIMIS ET MINIMIS, ITEMQUE TANGENTIBUS, QUAE NEC FRACTIONES, NEC IRRATIONALES QUANTITATES MORATUR, & SINGULARE PRO ILLIS CALCULI GENUS, PER G. G. L.

Statu AX, & curvæ plures, ut VV, WW, YY, ZZ, quarum ordinatae, ad axem normales, VX, WX, YX, ZX, quæ vocentur respectivè, v, vv, y, z; & ipsa AX abscissa ab axe, vocetur x. Tangentes sint VA, WC, YD, ZE axi occurrentes respectivè in punctis B, C, D, E. In recta aliqua pro arbitrio assumta vocetur dx, & recta quæ sit ad dx, ut v (vel vv, vel y, vel z) est ad VB (vel WC, vel YD, vel ZE) vocetur dy (vel dy, vel dy vel dz) sive differentia ipsarum v (vel ipsarum vv, aut y, aut z) His positis calculi regulæ erunt tales:

calculi peritus tribus lineis impostorum præstabit. Quod alio adhuc exemplo docebo. Sit curva 133 talis naturæ, ut puncto ejus quocunque ut 3 ducta ad sex puncta fixa in axe posita, 4, 5, 6, 7, 8, 9, sex rectæ 34, 35, 36, 37, 38, 39, simul additæ, sint rectæ datæ g, æquales. Sit autem T 1 4 5 6 7 8 9, & 11 sit abscissa, 11 ordinata, quaeritur tangens. T dico fore T 2 ad 11 ut $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$ est ad $-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} + \frac{1}{9}$. Eademque erit regula, continuatis tantum terminis, si non sex sed decem vel plura puncta fixa supponerentur, quæ secundum methodos tangentium editis calculo præstare subtilius iterationalibus, & diosissimæ & aliquando insuperabilis operæ foret, ut si rectangula plana vel solida secundum omnes biniones vel terniones possibiles ex rectis illis composita datæ quantitatis æquari deberent in quibus omnibus, & multo implicationibus, methodi nostræ eadem dæ opinionione multo major, rarissimæque exempli facilitas. Et hæc quædam

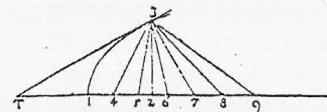


Abb. 1 Acta Eruditorum, Oktober 1684

gedruckten Abhandlung: „Nova methodus pro maximis et minimis, itemque ...“, das ist

* Vortrag gehalten am 19. Oktober 2008 in der Aula der Universität München

¹ Schriftsteller und Philosoph, * 1657 Rouen, † 1757 Paris, Sekretär von 1699–1740

² Ein bedeutendes Dokument, hier als Auszug in der Übersetzung in das Deutsch des 18. Jahrhunderts von Johann Georg von Eckhart

³ In Golo Manns „Deutscher Geschichte“. Niemand anderen hat er dieses Adjektivs für würdig befunden.

DOI 10.1007/s00287-010-0445-3
© Springer-Verlag 2010

Roland Z. Bulirsch
Zentrum Mathematik (M2), Technische Universität München
und Bayerische Akademie der Wissenschaften
Boltzmannstraße 3, 85748 Garching bei München
E-Mail: roland@bulirsch.eu

Neue Methode für die Größten und Kleinsten, ebenso für die Berührenden, die sich zwar nicht mit gebrochenen und nicht mit irrationalen Zahlen beschäftigt, aber eine vorzügliche Berechnungsart für die schon genannten ist, durch Gottfried Wilhelm Leibniz.

Johann Bernoulli über diese Abhandlung: *Mehr Rätsel als Erklärung.* Da hatte er recht. Beim Lesen von Leibnizens lateinischen Sätzen würde niemand für möglich gehalten haben, was später daraus folgen würde. Johann Bernoulli aus Basel und sein Bruder Jakob gehörten zu den wenigen, vielleicht waren sie die einzigen, die Leibnizens geniale Ideen verstanden hatten. Und es waren die Brüder Bernoulli, die diese Differential- und Integralrechnung erst „handhabbar“ gemacht haben. Das ist ihr unsterbliches Verdienst. Ihre Arbeit hat den „Kalkül“, *le calcul, the calculus*, wie er genannt wurde, in das Bewußtsein der Zeitgenossen gehoben. Es war auch der Beginn des technischen Zeitalters. Ohne die Differential- und Integralrechnung gäbe es keine Technik. Nichts liefe mehr ohne sie. Kein Auto kann heute ohne sie gebaut werden, kein Flugzeug ohne sie fliegen.

Eigentlich könnte es jetzt enden, alles Wesentliche ist gesagt. Aber da gab es noch einen. Auch er ein Riese, und auch er wird die Jahrhunderte überragen.

Isaac Newton

1687 erscheint seine *Philosophiae naturalis principia mathematica*, Mathematische Prinzipien der Naturphilosophie. Für die folgenden Generationen von Naturwissenschaftlern wird Newtons großes Werk zur Bibel. Neben vielem anderen enthält sie auch das Gravitationsgesetz. Newton hatte Keplers Werke und insbesondere die Keplerschen Gesetze über die Planetenbewegungen gekannt. Schon damals wurde geäußert: *Newton hätte nie die Prinzipien der Naturphilosophie geschrieben, wenn er nicht lange und intensiv die Ergebnisse von Kepler studiert hätte.* Und wirklich. Am Ende seines Lebens bekennt Newton in seinem „Catalogue of the Portsmouth Collections“: *Nachdem ich aus Keplers 3. Gesetz ... den Schluß zog, daß die Kräfte, von denen die Planeten in ihren Bahnen gehalten werden, ... im umgekehrten Verhältnis zu den Quadraten ihrer Abstände von den Mittelpunkten stehen müssen, um die sie sich drehen, verglich ich diese Kraft, ... mit der Schwerkraft ... der Erde. Ich fand, daß sie sich recht genau entsprechen. Das alles war ... in den beiden Pestjahren 1665, 1666, denn damals stand ich in der Blütezeit meiner Jahre*

für Entdeckungen. Newton war zu dieser Zeit 22 Jahre alt!

Vom holländischen Physiker Huygens kannte Newton den Begriff der Zentripetalkraft, und damit, und mit dem 3. Keplerschen Gesetz, konnte er ein zunächst nur für Kreisbahnen gültiges Gravitationsgesetz ableiten. Newton überprüfte es an den Bahnen der Jupitermonde und der Bahn des Erdmondes. Aber für allgemeinere Bewegungen der Planeten war das nicht möglich, diese schwere Aufgabe wäre so nicht zu bewältigen gewesen. Doch Newton hatte sich schon früher, in den „beiden Pestjahren“ 1665, 1666 ein mächtiges mathematisches Werkzeug geschaffen: Die „Fluxionsrechnung“.

Leibniz und Newton tauschen Briefe aus

In der ersten, und nur in der allerersten Ausgabe der „Principia“ schreibt Newton:

... In Briefen, welche ich vor etwa 10 Jahren mit dem sehr gelehrten Mathematiker G.W. Leibniz wechselte, zeigte ich demselben an, daß ich mich im Besitze einer Methode befände, nach welcher man Maxima und Minima bestimmen, Tangenten ziehen, und ähnliche Aufgaben lösen könne, ... Der berühmte Mann antwortete mir darauf, er sei auf eine Methode der selben Art verfallen, die er mir mitteilte, und welche von meiner kaum weiter abwich als in der Form der Worte und Zeichen.

Newton und Leibniz hatten 1676, 1677, Briefe gewechselt. 1673 war Leibniz von Paris nach London gereist, war dort Mitglied der Royal Society geworden, soll aber bei Londoner Wissenschaftlern (Pell, Hooke) keinen guten Eindruck hinterlassen haben. 1676, drei Jahre später, ist Leibniz wieder in London. Newton lebte zu dieser Zeit noch in Cambridge, erst später, 1699, wird er nach London umziehen. Über den Sekretär der Royal Society, Oldenburg, schreibt Newton 1676 an Leibniz. Der Brief wird 4 Monate unterwegs sein. Newton teilt Leibniz die allgemeine binomische Formel mit, auf deren Entdeckung er so stolz war, daß er sie auf seinen Grabstein einmeißeln ließ. Im Brief finden sich dann weitere Beispiele unendlicher Reihenentwicklungen, Reihen für $\sin x$ und $\arcsin x$ und anderes mehr. Newton sagte aber nicht, mit welchen Methoden er diese Resultate erzielt hat.

In seiner Antwort, die Leibniz 3 Tage nach dem Erhalt von Newtons Brief abschickt, teilt er Newton mit, daß er zu den gleichen Resultaten auf anderem Wege gelangt sei. Im Oktober 1676 schreibt Newton an Oldenburg von „Leibniz' trefflichem

Brief“. Und im selben Monat noch schreibt Newton wieder an Leibniz. Er teilt ihm mit, wie er seine Binomialtheorem gefunden hat und zeigt, daß seine Methode nicht an Irrationalitäten scheitert, wie Leibniz vermutet hatte. Weiter gibt er noch eine allgemeine Formel für binomische Integrale in Form einer Reihe an. Er sagt aber nicht, wie er sie gefunden hat. Seine Fluxionsmethode erläutert er auch nicht, stellt sie aber nach Sitte der Zeit in Form eines Anagramms dar. Newtons Brief an Leibniz wird durch eine Ungeschicklichkeit des Sekretärs Oldenburg erst ein halbes Jahr später, am 2. Mai 1677, an Leibniz abgeschickt. Der erhält den Brief am 1. Juli 1677 und antwortet noch am gleichen Tag. In seinem Brief an Newton legt er in aller Offenheit seine Differentialrechnung dar, nicht aber die Integralrechnung.

Um 1693 werden noch einmal Briefe ausgetauscht. Leibniz an Newton: *Durch Deine Reihen hast Du die Mathematik bewundernswert gefördert ... Jetzt erhoffe ich von Dir die Lösung noch bedeutenderer Aufgaben wie die Bestimmung der Kurven aus gegebenen Eigenschaften ihrer Tangenten durch zweckmäßige Quadraturen.*

Newton in seiner Antwort an Leibniz am 26. Oktober 1693:

Es ist mir unangenehm, daß ich Deinen Brief bis gestern vergessen hatte, da ich Deine Freundschaft sehr hoch schätze und Dich seit vielen Jahren als einen der größten Geometer dieses Jahrhunderts achte, was ich auch bei jeder gegebenen Gelegenheit ausgesprochen habe. ...

Newton und Leibniz hatten im anderen das Genie erkannt. Ein Gleichgewicht war erreicht, leicht instabil, aber immerhin ein Gleichgewicht.

Der Leibnizsche Kalkül hatte inzwischen Furore gemacht. Auch war 1696 in Frankreich ein Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung erschienen, in dem Leibnizens Methoden beschrieben waren. Das Buch fand großen Anklang und weite Verbreitung. Als Verfasser zeichnete der Marquis de l'Hospital. Aber wie man heute weiß, stimmte das nicht, das Buch hatte Johann Bernoulli geschrieben. De l'Hospital hatte ihm das Manuskript für sehr viel Geld abgekauft unter der Bedingung, es unter seinem eigenen, de l'Hospitals Namen zu veröffentlichen.

Newton hatte den Erfolg von Leibnizens Kalkül wahrgenommen, möglicherweise war leise Eifersucht in ihm gekeimt. Nach außen ließ er sich jedoch

nichts anmerken, es passierte nichts und wäre wahrscheinlich so geblieben. Aber dann geschah etwas Unerwartetes. Und war wie ein Donnerschlag.

Johann Bernoullis Brachistochrone

1696 stellte Johann Bernoulli in den *Acta Eruditorum* eine seit dieser Zeit berühmt gewordene Aufgabe: *Man finde die Kurve kürzester Fallzeit, welche zwei gegebene Punkte verbindet.* Ein Jahr später folgt in Groningen eine weitere Veröffentlichung. Sie beginnt mit den Worten: *Die scharfsinnigsten Mathematiker des ganzen Erdkreises grüßt Johann Bernoulli, öffentlicher Professor der Mathematik.*

Diese scharfsinnigen Mathematiker werden aufgefordert, sich an der Lösung der Aufgabe zu beteiligen. Es sind nicht viele Lösungen eingegangen: Leibniz, der Marquis de l'Hospital, Johann Bernoullis Bruder Jakob und – anonym – Newton haben Lösungen eingesandt. Die Aufgabe war aber auch wirklich schwer, und noch heute ist man immer wieder aufs neue erstaunt, mit welcher genialen Einfällen die Mathematiker damals das Problem gelöst haben.

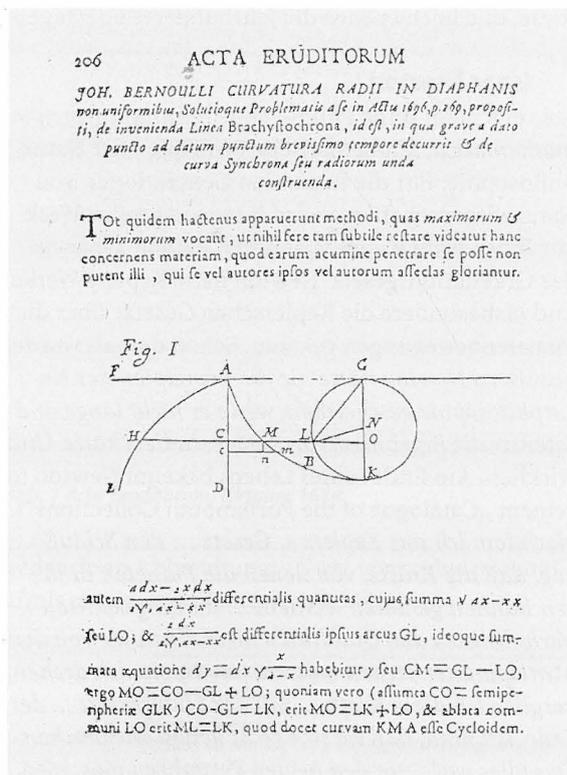


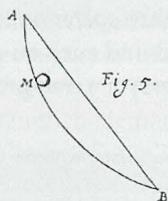
Abb. 2 Acta Eruditorum, Juni 1696. Die Aufgabe ...

ex superficie conii recti & vicissim. Item omnis portio superficiei conicæ rectæ terminata a tribus pluribusve hyperbolis in eodẽ factis, quorum axes sunt paralleli axi conii, est quadrabilis, ut pote æqualis figuræ rectilineæ.

Problema novum ad cuius solutionem Mathematici invitantur.

Dati in plano verticali duobus punctis A & B (vid Fig 5) assignare Mobilii M, viam AMB, per quam gravitate sua descendens & moveri incipiens a puncto A, brevissimo tempore perveniat ad alterum punctum B

Urbaram rerum amatores instigentur & propensiori animo ferantur ad tentamen huius problematis, sciant non consistere in nuda speculatione, ut quidem videtur, ac si nullum haberetur usum; habet enim maximum etiam in aliis scientiis quam in mechanicis, quod nemo facile crediderit. Interim (ut forte quorundam præcipiti iudicio obviam eam) quanquam recta AB sit brevissima inter terminos A & B non tamen illa brevissimo tempore percurritur; sed est curva AMB Geometris notissima, quam ego nominabo, si elapsò hoc anno nemo alius eam nominaverit.



L1 ;

JOHAN-

Abb. 3 ... und die Lösung

Johann Bernoulli „Kurve kürzester Fallzeit“, eine Zykloide, die *Brachistochrone*, wie sie genannt wurde, brachte den Stein ins Rollen, im wahrsten Sinne des Wortes. Den Stein? Eine Lawine löste sie aus!

Der Streit beginnt

Leibniz hatte seiner Lösung der Bernoullischen Aufgabe hinzugefügt, das Problem der Kurve kürzester Fallzeit sei so recht geeignet, die Vorzüge seiner Differentialrechnung ins rechte Licht zu setzen. Denn nur in dieser Bewanderte können diese Aufgabe glatt lösen. Außer denen traue er nur Newton, Huygens und Hudde eine Lösung zu. Das war nicht falsch, aber Leibniz hätte besser nichts geschrieben, denn auf der anderen Seite des Ärmelkanals fühlte man sich tief beleidigt. Nicolas Fatio, ein in England lebender Schweizer, Mitglied der Royal Society, eröffnete als erster den Angriff auf Leibniz. Das kam nicht von ungefähr. Fatio, ein enger Freund Newtons, war vor Jahren von Leibniz einmal herablassend behandelt worden, und jetzt sprach ihm Leibniz auch

noch die Fähigkeit ab, das Problem der Brachistochrone lösen zu können. Fatio nahm Rache. In seiner „Linea brevissimi descensus investigatio geometrica duplex“ von 1699 schrieb er: Newton sei der erste und um mehrere Jahre älteste Erfinder dieses Kalküls. Ob Leibniz, der zweite Erfinder, von Newton etwas entlehnt hat, sollen andere beurteilen. ... Aber niemanden, der die Dokumente durchstudiert, wird das Schweigen des allzu bescheidenen Newton oder Leibnizens vordringliche Geschäftigkeit täuschen“.

Der Prioritätsstreit war entbrannt. Den Frontalangriff Fatiös beantwortete Leibniz ein Jahr später, 1700, in den *Acta Eruditorum*. Er schrieb „Newton habe in den *Principia* selber die Unabhängigkeit der Leibnizschen Entdeckungen anerkannt“. Möglicherweise hätten sich die Wogen wieder geglättet, aber Leibniz beging wieder einen strategischen Fehler. 1705 in einer Rezension von Newtons „Optik“, eine anonyme Rezension zwar, die aber nur von Leibniz stammen konnte, war zu lesen:

... *Statt der Leibnizschen Differenzen benutzt nun Herr Newton, und hat er immer benutzt, Fluxionen, welche sich so nahe wie möglich wie die in gleichen kleinstmöglichen Zeitteilchen hervorgebrachten Vermehrungen der Fluents verhalten. Er hat davon in seinen mathematischen Prinzipien der Naturlehre und in anderen später veröffentlichten Schriften einen eleganten Gebrauch gemacht, wie auch später Honoratus Fabri in seiner Synopsis Geometrica ...*

Insgesamt war es eine wohlwollende Rezension, aber Newton und Fabri in einem Atemzug zu nennen, das war zu viel! Jetzt war endgültig Feuer im Haus!

Newtons Zorn und die Royal Society

1708 ließ Newton durch den Oxford Professor John Keill, der gerade Mitglied der Royal Society geworden war, Leibniz der Fälschung zeihen. Keill: *Alle diese Dinge folgen aus der ... berühmten Methode der Fluxionen, deren erster Erfinder Sir Isaac Newton war, wie jeder leicht feststellen kann ... die selbe Arithmetic wurde dann später von Leibniz in den Acta Eruditorum veröffentlicht, der dabei nur den Namen und die Art Weise der Bezeichnung wechselte.*

Das war eine bössartige Anschuldigung, und Leibniz beging, verlassen von seinem diplomatischen Geschick und in Überschätzung seiner Position, den dritten Fehler. Er rief seine heimlichen Feinde in England in eigener Sache als Richter

auf. Leibniz beschwerte sich bei Hans Sloane, dem damaligen Sekretär der Royal Society, über die Behandlung, die er als Mitglied der Royal Society von einem anderen Mitglied dieser Gesellschaft erdulden müsse. Leibniz hoffte auf eine sachliche Klärung, aber da täuschte er sich. Die englischen Mathematiker schienen nur darauf gewartet zu haben, mit Leibniz endlich abrechnen zu können. Die Royal Society ernannte eine Kommission, scheinbar, um Leibnizens Beschwerde zu prüfen, in Wirklichkeit aber, um ihm den Prozeß zu machen. Die Einzelheiten werden hier übergangen. 1712 publizierte die Royal Society in London das berüchtigte

Commercium epistolicum D. Johannis Collins, et aliorum de Analysis promotum: Jussu Societatis Regiae in lucem editum

Darin wird Leibniz als Plagiator beschuldigt und das kam einer Verurteilung gleich. Carl Djerassi hat die Vorkommnisse und Hintergründe um das „Commercium ...“ in dem interessanten Thea-

terstück „Kalkül“ verarbeitet und psychologisch ausgeleuchtet.

Der ganze Streit entbehrt nicht einer tragisch-komischen Note. Wie man vor einigen Jahrzehnten herausgefunden hat, war Newton gar nicht der erste Entdecker des Infinitesimalkalküls, es gab da noch einen Dritten, James Gregory, ein Schotte. Gregory hat als erster den Fundamentalsatz der Differential- und Integralrechnung in voller Allgemeinheit formuliert und hatte neben vielem anderen auch allgemeine Reihenentwicklungen angegeben. Newton soll Gregory gekannt, ihn aber nicht ernst genommen haben. Gregory, 1638 geboren, fünf Jahre älter als Newton, ist 1675 in Edinburgh gestorben. 37 Jahre ist er alt geworden.

Der Bannfluch, den Newton als Präsident der Royal Society schleuderte, schleudern ließ, traf Leibniz schwer. Erst 100 Jahre später sollte sich der Bann lösen. In England und auch an anderen Orten war Leibniz fortan persona non grata. Nur

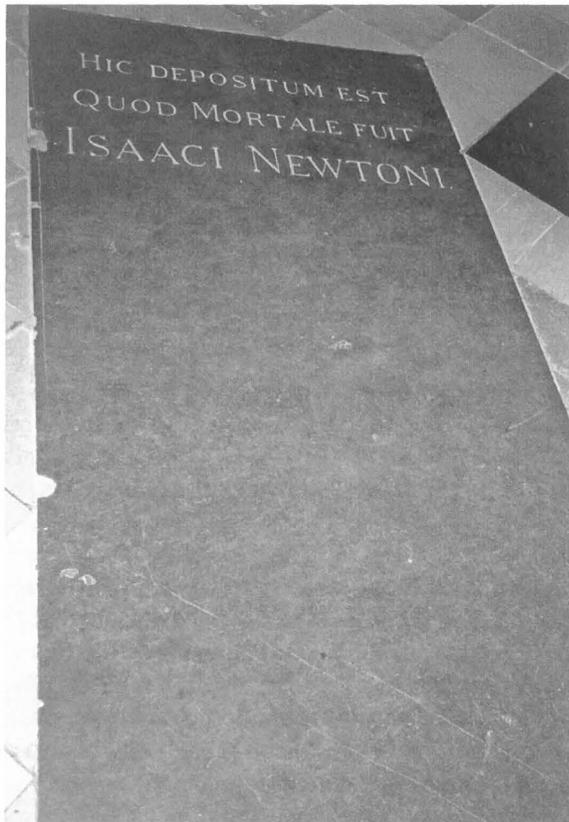


Abb. 4 Newtons Grab



Abb. 5 Leibniz' Grab

Frankreich und die französischen Mathematiker haben zu Leibniz gehalten. Deutschland war gespalten. Zwar wurden Leibniz noch einige Ehren zuteil, doch um ihn wurde es einsam. Der kurfürstliche Hof in Hannover wandte sich von Leibniz ab. Kurfürst Georg war 1714 König von England geworden und als englischer König hielt er, nicht zuletzt aus Gründen der Staatsräson, zum Königlichen Münzmeister Newton. Spätere Darstellungen haben das Drama in Leibniz' letzten Lebensjahren oft genug „kleingeredet“, meistens sogar übergangen. Doch für Leibniz war es eine persönliche Tragödie, und sie hat seinen körperlichen Verfall noch beschleunigt. In Hannover hätte er kaum bleiben können, hätte die Stadt verlassen und ins Exil nach Frankreich oder sonst wohin gehen müssen. Da setzte der Tod das erlösende Ende. Als Leibniz am 16. November 1716 zu Grabe getragen wurde, sollen nur wenige seinem Sarg gefolgt sein. Man erzählt, nur ein einziger Mann sei dagewesen. Vom Hannoverschen Hof war selbstverständlich niemand dabei. 284 Jahre später, auf der Weltausstellung EXPO 2000 in Hannover, war auch kein Platz für Leibniz in der Galerie berühmter Deutscher, nicht einmal sein Name wurde genannt.

Newton, hochverehrt, starb 1727. Seinem Sarg sollen Unzählige gefolgt sein. Das Grab in der Abtei von Westminster ist heute Wallfahrtsort für Naturwissenschaftler aus aller Welt. Die Grabplatte trägt die Inschrift

Hier liegt, was sterblich war an Isaac Newton

Die Grabstelle von Leibniz ist kaum bekannt. In Hannover, in der Neustädter Hof- und Stadtkirche St. Johannis trägt eine Platte die Inschrift

Leibniz' Gebeine

Da liegt, was sterblich war an Gottfried Wilhelm Leibniz.

✱

Gottfried Wilhelm Leibniz,
* 1.7.1646 Leipzig, † 14.11.1716 Hannover

Isaac Newton, * 4.1.1643 Woolsthorpe,
† 31.3.1727 Kensington (London)

Literatur

1. Breger H (2008) Leibniz' Infinitesimalrechnung: Texte zum Prioritätsstreit mit Newton. Veröffentlichungen der Göttinger Akademie der Wissenschaften
2. Dictionary of Scientific Biography, Princeton University. Leibniz, pp 160–168. Charles Scribner's Sons, New York
3. Djerassi C (2003) Kalkül, Unbefleckt. Haymon-Verlag, Innsbruck
4. Fleckenstein JO (1956) Der Prioritätsstreit zwischen Leibniz und Newton. Beiheft Nr. 123 (1956) zur Zeitschrift „Elemente der Mathematik“, Birkhäuser Verlag, Basel und Stuttgart
5. Leibniz GW (1996) Monadologie. Insel Verlag, Frankfurt am Main (enthält die vollständige Rede des Grafen de Fontenelle)
6. Schneider I (1988) Isaac Newton. Verlag C.H. Beck, München
7. Stein E, Heinekamp A (1990) Gottfried Wilhelm Leibniz. Gottfried-Wilhelm-Leibniz-Gesellschaft, Hannover
8. Stein E, Popp K (2001) Gottfried Wilhelm Leibniz. GAMM Mitteilungen Band 24, Heft 1, WILEY-VCH Verlag, Berlin
9. Volk O (1995) Mathematik und Erkenntnis. Verlag Königshausen & Neumann, Würzburg
10. Wickert J (1995) Isaac Newton. Rowohlt Taschenbuch Verlag, Reinbek
11. Colerus E (1986) Leibniz. Paul Zsolnay Verlag, Wien, Hamburg (Trotz mancher Einwände ein lesenswerter Roman)

Viele Informationen enthalten die einschlägigen Stichworte in der Encyclopædia Britannica.