

Mathematik von innen und außen

In den letzten Wochen sind eine Reihe von Beiträgen zum Stellenwert der Mathematik erschienen: die TIMSS-Studie über den Mathematik-Unterricht hat vielfache Reaktionen hervorgerufen, Bildungspolitiker und Journalisten haben sich zu Wort gemeldet. In unserer zweiten Sonderbeilage zum Internationalen Kongreß wollen wir dieses Thema aufgreifen. Wir haben sechs Wissenschaftler gebeten – drei aus der Mathematik und drei von außerhalb – einige Gedanken zur Rolle der Mathematik niederzuschreiben: wie Mathematik nach außen wirkt, und andererseits wie ihre Wissenschaft von Mathematik beeinflusst und durchdrungen wird. Wir danken allen Autoren und insbesondere auch Jochen Brüning, der uns wertvolle redaktionelle Hilfe gegeben hat. Ein besonderer Dank gilt Kurt Biedenkopf, der in herzlicher und kollegialer Verbundenheit als Ministerpräsident von Sachsen Gastgeber der Generalversammlung der Internationalen Mathematischen Union in Dresden am 15./16. August sein wird. Wir fügen seinen Brief als Grußwort dieser Sonderbeilage an. (Martin Aigner)

Mathematik in Deutschland

von Roland Bulirsch

... Ich ehre die Mathematik als die erhabenste und nützlichste Wissenschaft, so lange man sie da anwendet, wo sie am Platze ist. ... Goethe — wer außer ihm hätte so reden können — hatte das nicht ironisch gemeint und sogar Frau von Stein ein Werk über Kegelschnitte geschenkt.

Andere sehen Mathematik nicht so edel. *Wissen Sie, wie Mathematiker rechnen?* spottet eine deutsche Zeitung. In einem Bus sitzen 10 Leute. Es steigen 12 aus, dann müssen 2 wieder einsteigen, damit keiner drinsitzt. Festredner, bis hinauf in die höchsten Staatsspitzen, bemüht ihre gelangweilten Zuhörer aufzuheitern, amüsieren gelegentlich ihr Publikum mit der Evokation der Mathematik, von der sie sich, beifallhaschend, rühmen, nie etwas verstanden und es deshalb im Leben so weit gebracht zu haben. In Deutschland. — Frau Professor Bandle in ihrem lesenswerten Aufsatz aus der Neuen Zürcher Zeitung: ... *Noch immer ist das Bild des weltfremden, dümmlichen Mathematikers, der nur in seinen Formeln lebt, in den germanischen Ländern verbreitet* ... Am Bild der „zu nichts zu gebrauchenden, absolut nutzlosen“ Mathematik haben deutsche Mathematiker nach Kräften mitgemalt. In einer Zeit, in der Vertreter aller, auch der abstrusesten Wissensgebiete ständig die Bedeutung ihres Faches für das „Überleben der Menschheit“ hervorheben (darunter tut es heute kaum jemand), berufen sich beamtete Mathematiker vor Geldgebern stolz auf Jacobi und seinen Ausspruch, daß *Mathematik nur der Ehre des menschlichen Geistes diene*. Schön für uns. Und mit verheerenden Folgen für *künftige* finanzielle Unterstützung und Förderung der mathematischen Forschung, gerade der reinen Mathematik und ganz

besonders der jungen Forscher, durch die öffentliche Hand.

Wie sieht neue deutsche Literatur Mathematiker? Mit nichtlinearen Gleichungen mit mehreren imaginären Unbekannten beschäftigt sich eine Figur in einem neuen deutschen Roman. Eine feinfühligere Umschreibung des Autors dafür, daß diese Figur einen Tick hat. Die Aufzählungen aus der Literatur wären ermüdend. Enzensbergers *Zahlenteufel*, gerade auch ins Spanische und Katalanische übersetzt, ist die große, die rühmliche Ausnahme! Nicht gut kommt Mathematik auch in Vorträgen deutscher Sozialwissenschaftler weg: *Mathematik als Selbstzweck*, ... *als Mittel zur disziplinären Abschottung nach außen*. Die Verleihung hochdotierter Preise, wie z. B. des Erlanger von Staudt-Preises, an herausragende Mathematiker ist überregionalen deutschen Zeitungen keine Zeile wert; aber jeder kleine Literaturpreis findet Erwähnung, wird ausgiebig kommentiert. Wo man nur hinsieht, Mathematik ist in Deutschland negativ besetzt. Keine andere wissenschaftliche Disziplin muß hierzulande so viele offene und versteckte Fußtritte hinnehmen wie die Mathematik. Sogar wenn die Vergangenheit aufgearbeitet wird: ... *Auschwitz, dieses penible, geometrische Netz* ... *Befehle wurden dort mit mathematischer Präzision erteilt*. ... *Auschwitz, die saubere Durchführung einer Mathematikaufgabe mit Problemstellung, Durchführung und Endlösung*. ... liest man im Feuilleton einer bekannten deutschen Zeitung. Mathematik und mathematische Begriffe als Gleichnis und Sinnbild für das absolut Böse, Mathematiker schuld am deutschen Unglück!

Anderswo wird Mathematik, auch ihr Vokabular, hoch geschätzt. In Nachrufen auf den verstorbenen Dramatiker Heiner Müller rühmen französische Kommentatoren *die Algebra der Erzähl- und Bildpräzisi-*

on in Müllers dramatischen Werken. Vor 150 Jahren schreibt der Verfasser der „Madame Bovary“, der französische Dichter Gustave Flaubert: *Stunden der Geisteswissenschaft wie der Mathematik zwei oder drei wesentliche Gesetze zur Verfügung, ... dann könnte sie vorankommen. ... Wenn die Literatur zur Präzision naturwissenschaftlicher Resultate gelangt, ist das gewaltig ...*

Neidisch sieht der deutsche Mathematiker nach Frankreich. Er mußte es nicht immer und liest: ... *Die Mathematik ist Tapferkeitsluxus der reinen Ratio, eine der wenigen, die es heute gibt. ... Man kann sagen, daß wir praktisch völlig von den Ergebnissen dieser Wissenschaft leben. ... Dieses ganze Dasein, das um uns läuft, ... , ist nicht nur für seine Einsehbarkeit von der Mathematik abhängig, sondern ist effektiv durch sie entstanden, ruht in seiner ... Existenz auf ihr ... Es gibt heute keine zweite Möglichkeit so fantastischen Gefühls wie die des Mathematikers.* Provokationen für Schöngeister des deutschen Feuilletons, und Mathematiker würden sich vor solchen Reden hüten, wären auch unfähig, sie zu formulieren. Es war Robert Musil, der große Dichter. Mit visionärer Kraft beschreibt er in seinem Essay von 1912 *Der mathematische Mensch* — aber nicht nur dort — die Auswirkungen der Mathematik auf uns, unser Dasein. Überhaupt Musil: scharfsinnige Beobachtungen, Beschreibungen in glänzendem Deutsch, von bestechender Klarheit, man wird an mathematische Lehrsätze erinnert. Einer der Allerklügsten hat jemand von ihm gesagt, und er besaß nahezu prophetische Gaben.

*Mathematik? Um Himmelswillen!
Schon bei dem Gedanken gehen bei
vielen die Rolläden runter.*

Jammerschade!

Hans Magnus Enzensberger; 1977

80 Jahre später, 1992, hat es der damalige Präsident der Deutschen Forschungsgemeinschaft und jetzige Präsident der Max-Planck-Gesellschaft, der hochangesehene Biologe Markl, so gesagt: ... *Indem die Metasprache der mathematischen Kalküle die Wirklichkeit nicht nur in sprachlichen Bildern benennbar, denkbar und nach erschlossenen Ursache-Wirkungs-Beziehungen darstellbar, sondern unter Annahme präziser Bedingungen in ihren möglichen Entwicklungen nach- und vorausberechenbar machte, verlieh die Erfindung der Mathematik in bis heute ständig sich beschleunigender Dynamik dem menschlichen Handeln die Macht einer vorher unvorstellbaren Planungsfähigkeit von Wirkungen ...*

Der junge Musil — eigentlich Mußil, der Name ist tschechisch und das partizip perfekt von musít

(= müssen) — zieht nach Stuttgart, wird Volontärasistent an der Technischen Hochschule. Er hält es hier bald nicht mehr aus, er interessiert sich kaum für Technik; er geht nach Berlin, studiert an der Universität Philosophie, Mathematik und Physik, promoviert über die Erkenntnislehre des österreichischen Physikers Mach. Bedrückende Erfahrungen am Stuttgarter Materialprüfungsamt unter seinem autoritären Chef, dem württembergischen Staatsrat von Bach, schreibt Musil sich jetzt mit seinem Erstlingsroman *Die Verwirrungen des Zöglings Törleß* von der Seele. Den äußeren Rahmen des Romans bildet zwar Musils frühere Schule, die Militär-Oberrealschule in Mährisch-Weißkirchen, eine Militärschule, aber die Figuren des Romans reden überhaupt nicht wie sechzehnjährige Militärschüler, es kommen auch keine Militärs darin vor. Der Mathematiklehrer im Roman redet, wie ein Privatdozent der Mathematik reden würde. Seine Hauptfigur, den *Törleß*, läßt Musil immer wieder über mathematische Objekte, imaginäre Zahlen, Irrationalzahlen, das Unendliche u. a., sinnieren. Als der Roman in Deutschland verfilmt wurde, hat man alle Anklänge an die Mathematik eliminiert.

Lobpreisung der Mathematik durch große Dichter? Durch wen sonst? Doch nicht durch Mathematiker, wir halten freilich Mathematik für das höchste, aber das ist „Berufsideologie“ wie bei jeder anderen Profession und ohne Interesse.

Nicht nur bei Musil findet der Mathematiker Trost. Leo Perutz, Hermann Broch. Broch, sich lange mit Mathematik beschäftigend, Perutz selbst Mathematiker, überaus erfolgreicher Schriftsteller, berühmter und gesuchter Drehbuchautor. In ihren Schriften der Mathematik ein Denkmal setzend, Mathematik als Schlüssel zum Verständnis der Welt.

Die ruchlose Hitlerei hat in Deutschland auch damit Schluß gemacht: Musil, Perutz, Broch und all die anderen, ihre Bücher flogen auf die Scheiterhaufen. Nichts fürchten und hassen Ideologen mehr als strenge Ratio, gespeist und vorwärtsgetrieben durch eine starke, kontrollierte Phantasie. Alles das, was Mathematik ausmacht.

Einer muß noch genannt werden: Gerhard Scholem studiert in Berlin Mathematik und Althebräisch, für Martin Luther die Sprache aller Sprachen. Dem Studenten werden des Novalis *Fragmente über Mathematik* zur Offenbarung. In dem jungen Mann verschmelzen sich Mathematik, für Novalis die Sprache der Götter, und jüdische Mystik, überliefert im alten Hebräisch. Später sollte der junge Mann in Jerusalem als der Religionsphilosoph *Gershom* („Sohn aus der Fremde“) *Scholem* berühmt werden, tief betrauert bei seinem Tod 1982.

Um 1840 schreibt ein preußischer Offizier, Leutnant der Artillerie, seinem Bruder nach London.

[Vor] ... *gestern erhielt ich Deinen Brief. Daß Du nach Deutschland zu kommen beabsichtigst, freut mich ungemein. ... Schreib' mir nur bald Deinen Entschluß, damit ich mich danach richten kann! — Etwas Baukunst p. p. zu treiben, dazu habe ich mich schon so entschlossen, sowie auch eine Auffrischung der höheren Mathematik, ohne die man doch immer im Dunkeln tappt. Ich wollte bei Jacobi (aus Königsberg hergerufen) diesen Winter Analysis und Anwendungen derselben im Gebiete der höheren Mechanik hören. Ich wollte, wir könnten dies zusammen treiben.* In einem anderen Brief: ... *Ich studiere jetzt eifrig höhere Mathematik und höre zu dem Ende täglich von 12 Uhr bis 1 Uhr ein Collegium bei Jacobi. Das ist ein Hauptkerl ... Schon vorher hatte er dem Bruder mitgeteilt: ... Dein Hauptstudium muß jetzt Mathematik, besonders angewandte, ferner Physik und Zeichnen sein. ... Und noch einmal schreibt er: ... Besonders eifrig betreibe noch Mechanik und die Anwendung der höheren Mathematik auf dieselbe. ...* Der Briefschreiber war Werner Siemens und die Briefe waren an seinen Bruder Wilhelm gerichtet.

Wenige Jahre später, 1850, schreibt ein weltberühmter Mann, schon zu Lebzeiten eine Legende, an den damals noch völlig unbekanntenen Siemens:

Ich habe mit sehr, sehr großem Interesse Ihre durch Inhalt und Klarheit gleich merkwürdige Abhandlung „sur la Télégraphie électrique“ gelesen; ... Darf ich nun die Bitte vortragen, Sie teuerster Herr Lieutenant, nächsten Donnerstag um 12 Uhr in der Schönebergerstraße besuchen zu dürfen? ...

*Mit der ausgezeichneten Hochachtung,
Ew. Hochwohlgeb.*

*Gehorsamster
A. v. Humboldt.*

Alexander von Humboldt hatte auch Jacobi nach Berlin geholt, sich fürsorglich um ihn gekümmert. Beim Tode Jacobis, 1851, schreibt er an Gauß: [Sein] *Hinscheiden ... ist ein großer Verlust für die Wissenschaft ... habe ich ausdauernd und mit Erfolg die Schritte gethan, die ihn Preussen erhalten konnten. ... Alexander von Humboldt, mit Legendre und den anderen großen französischen Mathematikern gut bekannt, Freund von Lagrange — von Humboldt über Lagrange: ... le plus illustre des géomètres ... — von Humboldt bei seiner Rückkehr aus Paris nach Berlin, 1827: ... Ich komme aus dem Lande, das ... das Land der Mathematiker geblieben ist, ... auch der mathematischen Studien, welche die Seele aller industriellen Fortschritte sind*

1891, gegen Ende seines Lebens, bekennt von Siemens, Kaiser Friedrich III hatte ihn geadelt: ... *alle*

meine mir freibleibende Zeit habe ich meinen Lieblingswissenschaften Mathematik, Physik und Chemie gewidmet. Die Liebe zu diesen Wissenschaften ist mir mein ganzes Leben hindurch treu geblieben und bildet die Grundlage meiner späteren Erfolge. ...

*

An der Schaffung der elektronischen Rechenautomaten hat Mathematik und haben Mathematiker großen Anteil. Aber möglich wurde der universelle Einsatz der Mathematik erst durch die Miniaturisierung der elektrischen Bauteile, insbesondere des Transistors. Der Beginn der Miniaturisierung läßt sich recht genau datieren: Am 5. Oktober 1957 hatte die Sowjetunion ihren ersten Kunstmond, den Sputnik, in eine Umlaufbahn um die Erde geschossen. In den Vereinigten Staaten löste das einen Schock aus. Ein neues Raumfahrtprogramm wurde etabliert, und für dieses Raumfahrtprogramm brauchte man dringend kleine Rechner, nicht solche Riesen wie den ENIAC, oder die PERM in München, mit Röhren bestückte Rechner. Aber wie sollte man die kleiner bauen?

1947/48 war in den Bell-Laboratorien von Bardeen und Brattain der Spitzentransistor aus Germanium und seine Eigenschaft als Verstärker entdeckt worden, und Shockley erweiterte später die Theorie zum bipolaren Flächentransistor, der dann den Spitzentransistor verdrängt hat. Diese Entdeckungen waren alles andere als zufällig: Halbleitereffekte waren jahrzehntelang in den Siemens-Laboratorien von Schottky und anderen intensiv studiert worden und Welker, Laborchef bei Siemens, hatte bereits 1945 einen solchen Halbleiterverstärker gebaut und die Stromsteuerung durch den von Lilienfeld entdeckten Feldeffekt beschrieben. Die Bell-Entdeckungen standen also am Ende einer langen Entwicklung, und Bardeen, Brattain und Shockley hatten dafür 1956 den Nobelpreis erhalten. Große Bedeutung hatte man aber damals bei Bell dem Transistor nicht beigemessen. Gut, er arbeitete wie eine Elektronenröhre, hatte zwar etwas mehr Verzerrungen, war dafür viel kleiner, brauchte auch weniger Strom, wurde nicht so warm; dafür war die Herstellung überaus kompliziert und sehr teuer. Was sollte man mit diesem Ding? Jetzt erinnerte man sich, daß man damit vielleicht die Rechner kleiner bauen könnte. Die würden zwar maßlos teuer sein, kommerziell unbezahlbar, aber es war ja eine Art Staatsnotstand, und den zu beheben, dafür war nichts zu teuer. Man baute also; zuerst im Laboratorium bei Bell, dann bei Fairchild-Semiconductors. Und das sah dann so aus: winzige kleine Transistoren wurden produziert und in kleine Schaltkreise eingelötet. Jemand hat-

te dann die Idee, die Dinger alle zusammen auf eine Siliziumplatte zu bringen und aufgedampftes Metall als Leiterbahn zu verwenden. Diese jemand waren: *Kilby* bei Texas Instruments und *Noyce* bei Fairchild-Semiconductors (*Noyce* gründete später Intel). Das war um 1959. Die *Noyce*-Version setzte sich durch. Dieses, Mikrochip genannte Ding wurde von der NASA in ihre Geminiraketen eingebaut und auch in allen Raumfahrtprogrammen verwendet bis hin zum Apollo Programm. 1968 konnte man schon 64 000 kleine Schaltkreise auf einem Chip unterbringen.

Transistoren und andere Bauelemente, wie Kondensatoren usw. werden in einem hochkomplizierten Prozess auf Silizium eingätzt, mit Bor oder Arsen-Ionen beschossen („dotiert“), um die Leitfähigkeit sicherzustellen. Bei der numerischen Simulation wird das elektrische Verhalten einzelner oder weniger benachbarter Bauelemente ermittelt. Neben der Extraktion elektrischer Parameter werden auch bis vor kurzem wenig verstandene physikalische Phänomene studiert. Dazu bedient man sich sogenannter *weicher* Modelle: ein mathematisch-physikalisches Modell, noch relativ ungenau, wird in einem Rückkopplungszyklus aus Simulationsrechnungen und Modellanpassung präzisiert. Dazu kommt noch die Modellierung von Effekten, die das „richtige“ Verhalten einzelner Bauelemente untersuchen. So beeinflussen sich benachbarte Transistoren gegenseitig, aber auch Größe und Position von Feldstärkespitzen sind wichtig, die das Bauelement zerstören können.

Das funktionale Verhalten der Transistoren wird durch die Lösungen eines Systems von partiellen Differentialgleichungen vom elliptischen Typus beschrieben. Die „ersten“ Transistor-Gleichungen wurden übrigens von *Welker* (um 1930) angegeben. Solche Gleichungen zu lösen ist sehr schwierig. An Verfahren zur numerischen Lösung der Halbleitergleichungen hat man intensiv gearbeitet und mit den Lösungen die „Halbleiterwirklichkeit“ dann vorher sagen können. Auf die Mathematik ist man wieder angewiesen, wenn viele solcher Transistoren zu ganzen funktionalen Blöcken auf den Chips verknüpft werden. Wie der Block arbeitet und welche Spannungen und Ströme man an den Zuführungsdrähten, den „Beinchen“ des Chips, abnehmen kann, läßt sich wieder aus den Lösungen von Differentialgleichungen vorhersagen — jetzt sind es nur gewöhnliche Differentialgleichungen, dafür aber viele, Tausende, Hunderttausende, Millionen! Bei dieser Schaltungssimulation wird die korrekte Funktion des Schaltkreisentwurfes, noch ehe der Chip in Silizium gegossen wird, abgesichert. Schaltkreissimulatoren sind Schlüsselwerkzeuge beim Chipbau. Damit steht und

fällt, ob ein Betrieb Chips gewinnträchtig produzieren kann oder vom Markt verschwindet. Die „Neue Zürcher Zeitung“ in einem sachkundigen Artikel über die Chip-Fertigung bei der Intermetall im badischen Freiburg². Überschrift: *Ununterbrochene Kette von Simulationen ... Die stetige Verbesserung der Arbeitsprozesse ist in der Halbleiterindustrie von existentieller Bedeutung. Nicht das heutige erzielte Ergebnis, sondern die Geschwindigkeit der Entwicklung zählt ... damit man vor der Konkurrenz das Ziel erreicht. Das ist der Grund, sämtliche Vorgänge in der Chipfabrikation auf den Rechner zu übertragen. Die Simulation reicht von den chemischen Ätzprozessen über Implantation und Oxidation bis zur Metallisierung. Vom angelieferten Wafer aus hochreinem Silizium bis zum kompletten IC werden alle Fabrikationsabläufe in einer ununterbrochenen Kette von Simulationen dargestellt. ... An einem mathematischen Gerüst aus Koordinatenlinien laufen die Rechnungen ab, werden die Differentialgleichungen gelöst, ... Transistoren simuliert. ... Die berechneten Kennlinien integriert man in ein kompaktes, rein phänomenologisches [mathematisches] Modell, mit dem zehntausendmal schneller gerechnet werden kann als mit dem physikalischen Modell. ... Neue Ideen werden mit Simulatoren überprüft und durch zahlreiche Iterationen verfeinert, bis aus dem mathematisch beschriebenen Funktionsblock eine Schaltung entstanden ist. ... Ist das Ergebnis zufriedenstellend, werden die Algorithmen vom Designer in eine Schaltung umgesetzt. ... Für die komplette Simulation eines Chips, bevor er in die Fertigung geht, ist je nach Größe bis zu einer Woche Simulationszeit erforderlich. Die Entwicklung in der realen Welt des Siliziums würde ein Vielfaches davon in Anspruch nehmen. ... Es bestehen gute Aussichten, die Entwicklungszeit nochmals zu verkürzen.*

Eine aus dem 15. Jahrhundert stammende Handschrift aus dem Kloster Tegernsee, über 500 Jahre ist sie alt, im Deutsch des Spätmittelalters geschrieben, enthält *an Algorismus der do lernet wie man mit den Rechen pfennig hübsch Rechnen sol*.

Willtu hofflichen Rechnen lernen mit Rechen pfennig durch ain subtilß vnd behends legen, so mach ... vil zeil ... mit ... ainer kreiden auf ainen Tisch, ... , vnd lernt wie man ain zal zu der anderen legen vnd Rechnen sol, ...

Ein elektronisches Addierwerk kann auch nicht mehr: $0 + 0 = 0$, $1 + 0 = 1$, $1 + 1 = 2$. In einem Chip hängen viele solcher Addierwerke zusammen. Was ist daran schon besonderes? Wenn es hochkommt, wird der Mensch etwa hundert Jahre alt, dann hat er etwa 3 Milliarden Sekunden gelebt. Die Addition von $1 + 1 = 2$ dauert etwa eine Sekunde; drei Milliarden

²Beilage „Forschung und Technik“ Juli 1996

solcher Additionen kann der Mensch in seinem ganzen Leben ausführen, Tag und Nacht muß er rechnen, hundert Jahre lang! Ein Prozessor kann auch drei Milliarden solcher Binärziffern addieren, aber in weniger als einer Sekunde. Oder anders gesprochen: er kann hundert Millionen zehnstellige Zahlen im Bruchteil einer Sekunde addieren; die Multiplikation kann etwas länger dauern. Die neuesten Zahlen dazu sehen etwa so aus. Ein schneller Tischrechner führt etwa 100 Millionen Rechenoperationen pro Sekunde aus. Der neue Hochleistungsrechner, der nächstes Jahr in München installiert wird, wird über 100 Milliarden Rechenoperationen (mit weniger als 50 Prozessoren) in jeder Sekunde ausführen. Im Vergleich zur Rechenleistung des Menschen ist die des Rechners 10 Billionen mal größer. Das fordert einen anderen Vergleich heraus. Ein Spaziergänger bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von etwa 1 Meter pro Sekunde. In einer 1/4 Stunde hat er dann einen knappen Kilometer zurückgelegt. Das Licht läuft mit 300 000 km pro Sekunde. Das Licht ist also 300 Millionen mal schneller als der laufende Mensch, der Großrechner 10 Billionen mal schneller als der rechnende Mensch. Die Rechenautomaten haben es möglich gemacht, Beziehungen zwischen Zahlen schnell aufzulösen. Mathematik könnte sich im Rechenautomaten selbst spiegeln, was hätte sie davon. Doch für Schlüsselindustrien der Wirtschaft, den Automobil- und Flugzeugbau, die Raumfahrt, die Elektro- und Chemieindustrie, hat die numerische Simulation — d. i. fast immer die explizite Lösung von gewöhnlichen und partiellen Differentialgleichungen, auch die Umsetzung von Gesetzen der darstellenden Geometrie auf Rechner zählt dazu — eine immense Bedeutung gewonnen. Fortschritte in der industriellen Produktion und Forschung sind ohne numerische Simulation nicht mehr vorstellbar. Rechnerunterstützte Entwurfstechniken, die auf numerischer Simulation basieren, sind unentbehrliches Werkzeug in der industriellen Produktion und Forschung. Ganze technische Abläufe werden noch vor der eigentlichen Fertigung nur durch Simulationsverbund verstanden und beherrscht. In der Flugzeugindustrie ersetzt Tragflächensimulation im Rechner den Versuch im Windkanal. Die monetäre Kostenersparnis pro Versuch liegt in der Größenordnung der Beschaffungskosten der eingesetzten Rechner. Sogar Grundlagenforschung ist ohne numerische Simulation nicht mehr denkbar: komplexe Vorgänge in Naturwissenschaften und Technik sind wegen ihrer Vielfalt in akzeptabler Zeit, allein aus dem Versuchsaufbau und bei vertretbaren Kosten, nicht mehr zu begreifen. Erkenntniserwerb erfolgt durch Simulation, und die numerische Simulation ist einer der wichtigsten Ansätze, um den hohen finanziellen und

zeitlichen Aufwand in Forschung und Entwicklung, gerade in den sogenannten Hochtechnologien zu reduzieren.

Wieder der Biologe Markl: ... *Nachdem schließlich die mathematischen Modelle der immer detailreicher erforschten Wirklichkeit der natürlichen wie der sozialen Welt für die menschlichen Verstandeskkräfte immer unüberschaubarer wurden, schuf sich der Mensch schließlich in der elektronischen Rechenmaschine den Arbeitssklaven des Gehirns ... , der ihm nun im Auftrag die Weltmodelle und Handlungsszenarien voraus- und zu Ende denken muß, die unsere Vorstellungskraft übersteigen.*

Der hundertjährige Ernst Jünger sieht es distanzierter. In sein Wilflinger Tagebuch notiert er 1990: ... *Der eigentliche Reiz der Mathematik liegt darin, daß sie die platonische Welt simuliert. Das ist kein Grund zur Überheblichkeit*

Der deutsche Brockhaus, Ausgabe 1990, offeriert unter dem Stichwort *rechnende Mathematik* (mit ihren Verästelungen) alles in allem eine Spalte Lese-stoff. Dem Stichwort *Minderheiten* wird weitaus mehr Platz eingeräumt als allen Artikeln über Mathematik zusammengenommen. Die Enzyklopaedia Britannica, Ausgabe 1980, widmet unter der Überschrift: *Mathematics as a calculatory science* allein der *rechnenden Mathematik* volle 22 Seiten im Quartformat 21 x 27 cm. Die rechnende und die angewandte Mathematik, es ist nicht ganz dasselbe, einst hierzulande von großer Bedeutung, in den zwanziger Jahren sogar an führender Stelle in der Welt, wurde ab diesem unglückseligen Jahr 1933 als „dem Profit dienende, jüdische Mathematik“ denunziert, tief unter der anderen stand sie, der sogenannten „germanischen“ deutschen, reinen Mathematik, was immer das auch war, und sie ist dann auch hier fast erloschen, nur wenig blieb übrig, nach dem Krieg hat sie sich nur mühsam erheben können, war auf Jahrzehnte gelähmt. Noch bis in den Anfang der siebziger Jahre dieses Jahrhunderts zog die rechnende Mathematik an vielen deutschen Hochschulen nur Hohn und Spott auf sich, freilich nicht überall, das wäre unwahr. Aber auch die Deutsche Forschungsgemeinschaft sah Untersuchungen auf diesem Gebiet lange als nicht förderungswürdig an. Dabei lief diesbezüglich in den Vereinigten Staaten alles auf Hochtouren und das schon seit den fünfziger Jahren, nicht einmal bis dorthin hat der Blick gereicht. Seit etwa 20 Jahren ist es hierzulande besser geworden. Aber noch viel ist aufzuholen.

Adresse des Autors:

Prof. Dr. Dr. h.c. Roland Bulirsch
TU — Zentrum Mathematik
80290 München