



EDITORIAL

Über Wert und angeblichen Unwert der Mathematik – so leidenschaftlich verteidigte Alfred Pringsheim, der Schwiegervater Thomas Manns, sein Fach beim jährlichen Stiftungsfest unserer Akademie im Jahr 1904. Ob er es heute leichter hätte? Die Mathematik, so scheint es, hat weiterhin einen schweren Stand. Sie fasziniert, fordert, schreckt aber so manchen auch schon in der Schule ab. Zugleich ist sie eine der ältesten Wissenschaften überhaupt, integraler – oft unsichtbarer – Bestandteil unserer Kultur und Grundlage vieler Disziplinen, v. a. der Naturwissenschaften.



ARCHIV

Das Wissenschaftsjahr 2008 steht im Zeichen der Mathematik. Die Bayerische Akademie der Wissenschaften hat verschiedene Aspekte des Themas in einer öffentlichen Vortragsreihe unter dem Motto „Magie der Zahl“ vorgestellt. Auf den Münchner Wissenschaftstagen im Oktober werden wir Forschungsvorhaben der Akademie präsentieren, die ohne Mathematik nicht auskämen. Und schließlich wollen wir mit dem vorliegenden Themenheft von „Akademie Aktuell“ einen Bogen schlagen zwischen der Mathematik, den Natur- und den Geisteswissenschaften.

Zum Auftakt diskutiert Hans-Joachim Bungartz über „alte“ und „neue“ Mathematik (S. 6), Friedrich Pukelsheim erläutert ihre Rolle beim jüngsten Karlsruher Urteil zum Bundeswahlgesetz (S. 22); wir gehen zurück zu den Anfängen des Faches im Orient des 3. Jahrtausends v. Chr. (S. 17), machen Station bei der Musikgeschichte des Frühmittelalters (S. 48) und blicken vom Weltraum auf die Erde: Mit Hilfe der Satellitentechnologie lassen sich Veränderungen des globalen Wasserkreislaufs berechnen (S. 36).

Schließlich darf die Informatik als jüngere Schwester der Mathematik nicht fehlen. Der anstehende Wechsel im Direktorat des Leibniz-Rechenzentrums (LRZ) der Bayerischen Akademie der Wissenschaften ist Anlass, die „Ära Hegering“ zu beleuchten und u. a. über die weiteren Planungen für den Ausbau des Höchstleistungsrechners zu berichten (S. 52). Im Gebäude des LRZ gehen Kunst und Mathematik in den Installationen des Künstlers Rainer Wittenborn eine ideale Verbindung ein (S. 30). Wollen Sie sich selbst ein Bild von Kunst und Hochtechnologie im Rechenwürfel machen? Dann besuchen Sie das LRZ am Tag der offenen Tür am 18. Oktober 2008 auf dem Forschungscampus Garching. Wir freuen uns auf Ihren Besuch!

Ich wünsche Ihnen eine interessante Lektüre.

Roland Z. Bulirsch

Prof. Dr. Dr. h. c. mult. Roland Z. Bulirsch
Sekretar der Mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse
der Bayerischen Akademie der Wissenschaften

INHALT. AUSGABE 03/2008. HEFT 26

AKTUELL

- 4 Stärkung der Editionswissenschaft

THEMA

- 6 Faszinosum Mathematik
12 Streben nach Vollkommenheit
17 Zählen – Messen – Wägen:
Rechnen vor 4000 Jahren
22 Wenn der Wählerwille in sein
Gegenteil verkehrt wird ...
26 Reine Wissenschaften: Mathematik,
Philologie und Philosophie
30 Historische Momente der Mathematik

FORSCHUNG

- 36 Die Wasserspeicher Mitteleuropas –
beobachtet aus dem Weltall
40 Neue Erkenntnisse zur Gletscherschmelze

PUBLIKATIONEN

- 48 Zahlenverhältnisse, Proportionen,
Tonabstände: Musik und Mathematik

PERSONEN

- 51 Walter Müller-Seidel zum
Neunzigsten
52 Die „Ära Hegering“ am LRZ
56 Hans Fromm (1919–2008)
58 Kurz notiert

TAGUNG

- 60 Kosmos der Gelehrsamkeit

TERMINE

- 64 Zwischen Aufklärung und
Gegenwart: 250 Jahre BADW
65 Oktober bis Dezember 2008

INFO

- 66 Die Bayerische Akademie der
Wissenschaften im Überblick

GEOMETRIE

Streben nach Vollkommenheit

OHNE MATHEMATIK SIND DIE KUNSTWERKE DER RENAISSANCE NICHT DENKBAR.

VON ROLAND Z. BULIRSCH

In der Renaissance entdeckt die Kunst die Geometrie; verschüttete mathematische Dogmen architektonischer Vollkommenheit werden wieder ausgegraben. Vollkommenheit, so die revolutionäre Entdeckung der Antike, ist mathematisch bedingt. Es war die Überzeugung der großen Baumeister der Renaissance, dass die sichtbare Welt, dort, wo sie sich in geometrisch vollendeter Kirchenarchitektur zeigt, die metaphysische erschließt.

Dürer: um der Kunst in geheimer Perspektive willen

Albrecht Dürer (1471–1528), *Præceptor Germaniae*, macht sich vor 500 Jahren auf zu Reisen nach Italien (1494–1495 und 1505–1507), die Kunst der Antike und die Kunst der Meister der italienischen Renais-

sance zu studieren. Kunde war aus Italien nach Nürnberg gedrungen auch über das „neue Sehen“, die perspektivische Malerei. Aber die italienischen Künstler hüteten das Wissen um die neu entdeckte Perspektive. 1506, von seiner zweiten Italienreise, schreibt Albrecht Dürer aus Venedig dem Willibald Pirckheimer nach Nürnberg: „... werde ich nach Bologna reiten, um der Kunst in geheimer Perspektive willen, die mich einer lehren will. ... Danach will ich mit dem nächsten Boten kommen.“ Dürers Lehrer in Bologna sei, so erzählt man, einer der engsten Freunde und Weggefährten Leonardo da Vincis, der Franziskanermönch Luca Pacioli (um 1445–1514/17) gewesen, der große italienische Mathematiker der Renaissance, berühmt durch seinen Traktat über Algebra und über Polyeder. Dürer freundet sich mit Pacioli an.

Leonardo: keine Gewissheit ohne Mathematik

„Keiner lese mich, in meinen Werken, der nicht Mathematiker ist,“ forderte Leonardo da Vinci (1452–1519). Seine Schriften sind angefüllt mit geometrischen Gebilden, Konstruktionen und mathematischen Berechnungen. Er hatte auch Luca Paciolis mathematisches Werk über die Platonischen Körper eigenhändig illustriert. „Keine Forschung darf sich wahre Wissenschaft nennen, wenn sie nicht von mathematischer Beweisführung durchdrungen ist. Ihr Studierenden, baut nicht ohne Fundamente, studiert die mathematischen Wissen-

schaften, keine Gewißheit gibt es, wo man nicht eine der mathematischen Wissenschaften anwenden kann“ – so offenbarte sich einer der Großfürsten und Herrscher im Reich der Kunst der Hochrenaissance der Nachwelt.

Diese „Nachwelt“ hat Leonardos Enthusiasmus für mathematische Wissenschaften eher skeptisch beurteilt. Karl Jaspers fragt: „... weiß Leonardo überhaupt, was Mathematik ist?“ Und er stellt fest, dass bei Leonardo die Mathematik bei der faktischen Naturerkenntnis und seinen technischen Apparaten keine Rolle spielt. Jaspers' wortreiche Bemerkungen über Defizite im Mathematikverständnis des Leonardo – und er ist nicht der einzige, der so urteilt – müssen verwundern. Woher hätte Leonardo die passende Mathematik nehmen sollen? Zu seiner Zeit beschränkte sich Mathematik auf die überlieferte Geometrie und etwas Algebra; und das mächtige Hilfsmittel der mathematischen Formelsprache steckte noch in den Anfängen. Gerade waren Formeln zur Auflösung kubischer Gleichungen entdeckt worden, eine großartige Sache, gewiss. Doch mit den Wurzeln algebraischer Gleichungen lassen sich weder Vorgänge der Natur noch der Technik beschreiben. Bis zu einer Mathematik, die das hätte tun können, war noch ein Jahrhunderte dauernder, mühseliger Weg zu gehen.

Leonardo war durch Mathematik inspiriert, nicht ohne Grund umgab er sich in seinem Freundeskreis mit

Der Mathematiker Luca Pacioli. Gemälde von Jacopo de' Barbari, um 1495.



MUSEO DI CAPDIMONTE, NEAPEL

Mathematikern, Luca Pacioli war nur einer von ihnen. Seine klugen Bemerkungen über den engen Zusammenhang zwischen Mechanik und Mathematik machen noch heute staunen. Die Formeln dafür, die differentiellen Beziehungen, wurden erst Jahrhunderte später gefunden, das Genie hatte intuitiv die Zusammenhänge erahnt.

Raffael: Hymnus an die Geometrie

Da ist der andere Große, Raffaello Santi aus Urbino (1483–1520). Raffael verehrt den 31 Jahre älteren Leonardo. In dem berühmten Fresco „Die Schule von Athen“ gibt Raffael dem griechischen Philosophen Platon die Züge des Leonardo. Neben Platon schreitet Aristoteles. Über dem Eingang zu Platons Akademie soll gestanden haben „Nur Mathe-

matiker haben Zutritt“. Und Raffaels Bild ist auch ein Hymnus an die Geometrie: Es zeigt neben den Philosophen Sokrates und Demokritos auch Geometer und Astrologen wie Pythagoras, Euklid, Archimedes, Ptolemäus. Sich selbst stellte Raffael zur Gruppe der Geometer rechts im Bild, sieht sich also mehr als Geometer denn als Maler.

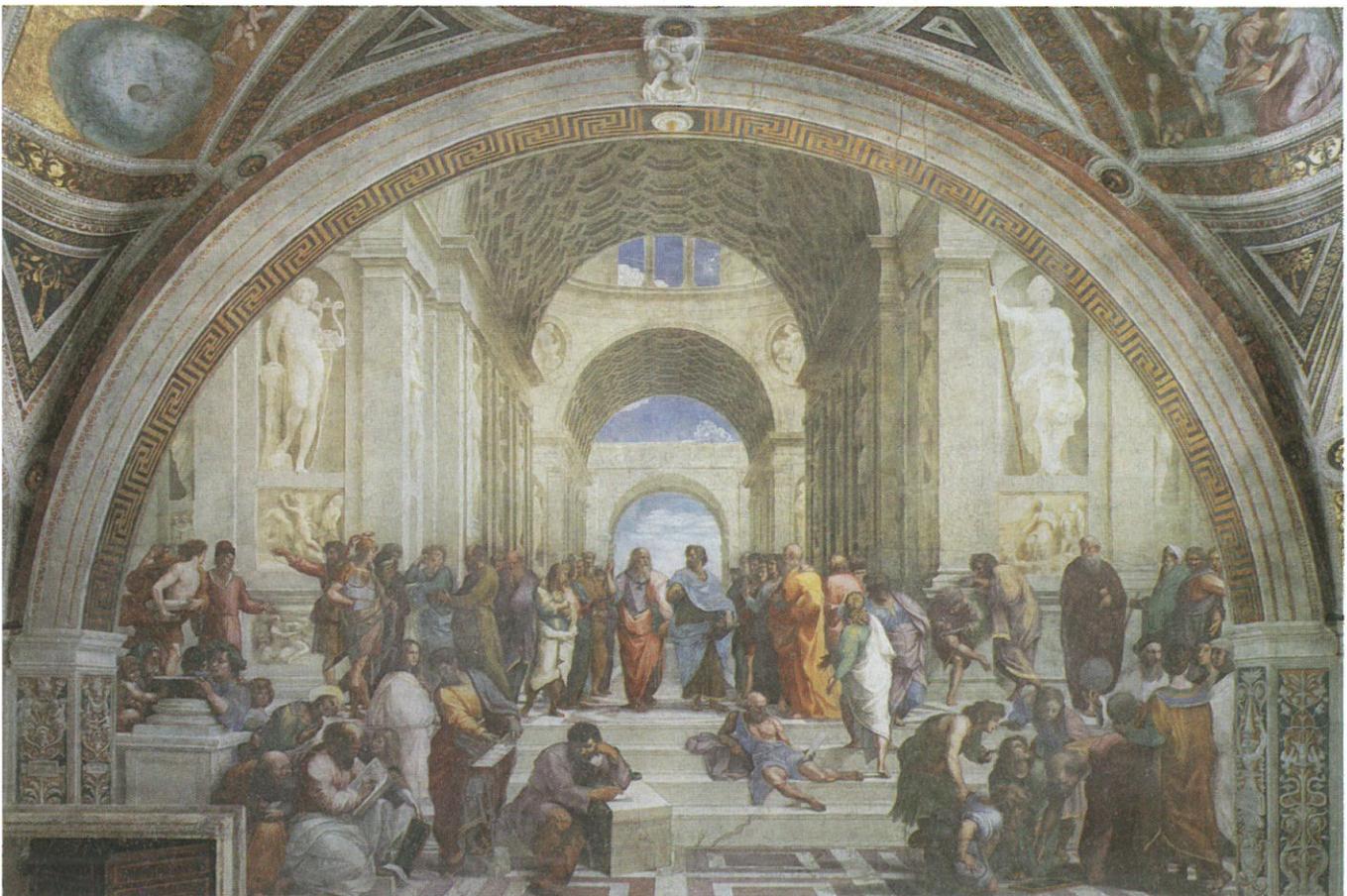
Und die Geometrie hinter dem Bild? Schaut man genau hin, entdeckt man kleine Abweichungen von der exakten geometrischen Vorgabe. Hat der 27-jährige Raffael damals nicht genau genug gemalt? Er hätte es tun können, doch es sind diese „Unvollkommenheiten“, die das Genie wahrscheinlich unbewusst eingefügt hat. Sie lassen das Bild vollkommen erscheinen. Auch in Raffaels Hochzeit Mariens, um 1504 gemalt, verbirgt sich Geo-

metrie; seine Schriften waren mit mathematischen Formeln und geometrischen Figuren angefüllt. *Il Divino*, der Göttliche, hat man Raffaello Santi genannt. Und wer wollte widersprechen!

Die Renaissance und das „neue Sehen“

Peruginos Fresco von 1481 aus der Sixtina, die Schlüsselübergabe an Petrus, war den Künstlern Vorbild. Das war kein Zufall. Pietro Perugino (1445/48–1523) war in Arezzo bei Piero della Francesca in die Schule gegangen. Piero della Francesca und der Goldschmied und Baumeister Filippo Brunelleschi (1377–1446) – er schuf die Kuppel des Doms Santa Maria del Fiore in Florenz – gelten als Wiederentdecker der mathematischen Perspektive.

Inbegriff klassischer Vollkommenheit: Die Schule von Athen; Fresko von Raffaello Santi in der Stanza della Segnatura im Vatikan (1510/1511).





VATIKANISCHE MUSEEN

Vorbild der Renaissance-Künstler: Peruginos perspektivisches Meisterwerk „Christus übergibt Petrus die Schlüssel“ in der Sixtinischen Kapelle, 1481.

Piero della Francesca (1415/20–1492) war selbst ein bedeutender Maler der Frührenaissance. Er verfasste mehrere Traktate über Geometrie, Perspektive und den Abakus. Die Skizzen zur Perspektive in seiner „Mathematischen Kunst“ füllte er mit langen Zahlenreihen, fügte den geometrischen Strukturen noch Zahlenkolonnen hinzu. Nicht viel anders arbeiten moderne Rechenautomaten, wenn sie aus den Unmengen von Zahlen, die aus den Rechenverfahren, den Algorithmen fließen, feste und bewegte Bilder auf den Bildschirmen entstehen lassen.

Aber vor Piero della Francesca und Brunelleschi gab es noch einen: Biagio Pelacani (um 1345), Philosoph aus Parma. Mit geometrischer Perspektive hatte auch er sich beschäftigt und war der Meinung: Das mathematische Wissen bietet den höchsten Grad an Sicherheit und ist

in der Erkenntnis ebenso wie in der Schönheit des Beweisgangs allen anderen Wissenschaften überlegen.

Doch Biagio Pelacani war nicht der Einzige. Vor ihm war da Abu Ali al-Hasan Ibn al-Haitham (965–1040), im Westen Alhazen genannt. Im Bagdad des 11. Jahrhundert hatte er gelebt, Bagdad, damals das absolute Zentrum der islamischen Welt. Alhazen hatte den Weg, den das Licht, ein Lichtstrahl nimmt, eingehend untersucht, die Perspektive erforscht. Kepler und Galilei sollen von ihm, Alhazen, dem großen Vorbild, gewusst haben.

Die Mathematik mit ihrer Teildisziplin, der Geometrie, kann selbst keine Kunstwerke schaffen. Sie will es nicht und sie könnte es auch nicht. Aber immer, bis in die jüngste Neuzeit, hat sie großen Künstlern Anregungen gegeben. Für die Großmeister der Renais-

sance waren Kunst und Mathematik auf das engste miteinander verbunden. Manche waren von einer Leidenschaft für Mathematik erfüllt, von einer mathematischen Passion geradezu besessen, geniale Künstler und große Wissenschaftler zugleich.

Künstler der Renaissance führten gelegentlich Wettbewerbe aus. Freistehend und freihändig waren große Kreise in einer einzigen Umfahrung zu zeichnen. Manche ließen sich dabei die Augen verbinden. Dann wurde mit dem Zirkel geprüft, wie genau die Kreise ausgefallen waren. Zweck der Sache: Wie genau konnten Gehirn und Augen die Motorik des Bewegungsablaufs in Armen, Händen und Fingern steuern. Einer der Meister ließ einmal mit dem Zirkel einen großen Kreis zeichnen, verließ dabei den Raum. Zurückkommend, fixierte er kurz

den Kreis und markierte darauf mit einem Stift den exakten Mittelpunkt. Ihm wurde die Krone zugesprochen. Auch Pablo Picasso konnte perfekte Kreise zeichnen, demonstrierte seine perfekte Motorik zwischen Hand und Gehirn. Einem Kunstkritiker unserer Tage fiel dazu nur ein: „Was hat das alles mit Kunst zu tun?“ Von der Ideenwelt der Renaissance trennen uns weit mehr als nur 500 Jahre. Die Renaissance war auch eine große Zeit für die Mathematik im Heiligen Römischen Reich Deutscher Nation. In Augsburg erscheinen Bücher über Mathematik; und die Fugger zeichnen als Herausgeber der Werke des Euklid. In der Augsburger Benediktinerabtei St. Ulrich und Afra verfasst der gelehrte Mönch Vitus Rechenanleitungen: In seinen deutschen Texten aus dem Jahre 1500 erscheint schon das lateinische Wort *computus, computj* (computieren);

es fand keinen Eingang in die deutsche Sprache, wurde nicht akzeptiert. 470 Jahre später taucht es in Deutschland wieder auf, jetzt aber mit betont angelsächsischer Aussprache: Computer; in angelsächsischer Intonation wurde es angenommen.

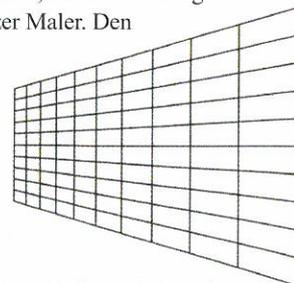
Hans Holbein d. J.: ein perspektivisch verzerrtes Geheimnis

Wie vollkommen die großen Maler der Renaissance die geometrischen Gesetze der Perspektive beherrschten, sieht man am Bild „Die Gesandten“, einem Meisterwerk des Augsburger Hans Holbein d. J. (1497/98–1543) aus seiner Londoner Zeit. Das Bild, 1533 gemalt, zeigt den französischen Botschafter Jean de Dinteville und den Bischof von Lavour, Georges de Selve, und steckt voller Symbolik. Hier mathematisch-astronomische

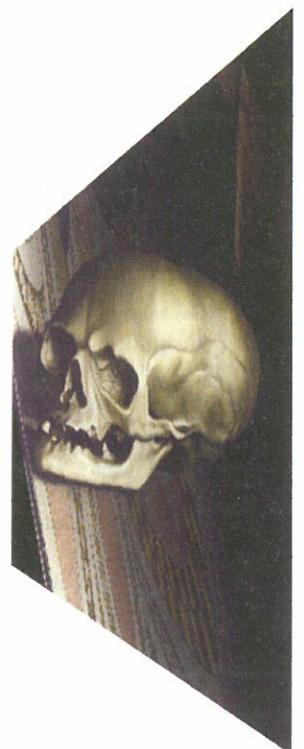
Instrumente als wesentliche Hilfsmittel zur Erkenntnis der Welt, da Peter Apians deutsches Lehrbuch einer Arithmetik für Kaufleute, aus Leipzig. Neben dem französischen Bischof des Johannes Walthers protestantisches Gesangsbuch aus Wittenberg, aufgeschlagen die Seite mit dem deutschen Lied „Komm Heiliger Geist“. Das war kein Zufall. Der französische Bischof war bekümmert über die Glaubensstreitereien in Deutschland – es war die Zeit der Reformation – und hatte die Deutschen angefleht, sie möchten heimkehren zu den anderen Christen. Zwischen den beiden Figuren ein längliches Etwas, noch vor 200 Jahren rätselte man darüber. Es ist ein perspektivisch verzerrter Schädel; im Rechner kann man die Verzerrung rückgängig machen, Mathematiker sagen, man wendet auf das Gebilde die inverse Abbildung an. Das Ergebnis: ein perfekt gemalter Schädel, des jungen Holbein vollkommene Kenntnis der Malerei und erstaunliches Wissen um Mathematik offenbarend.

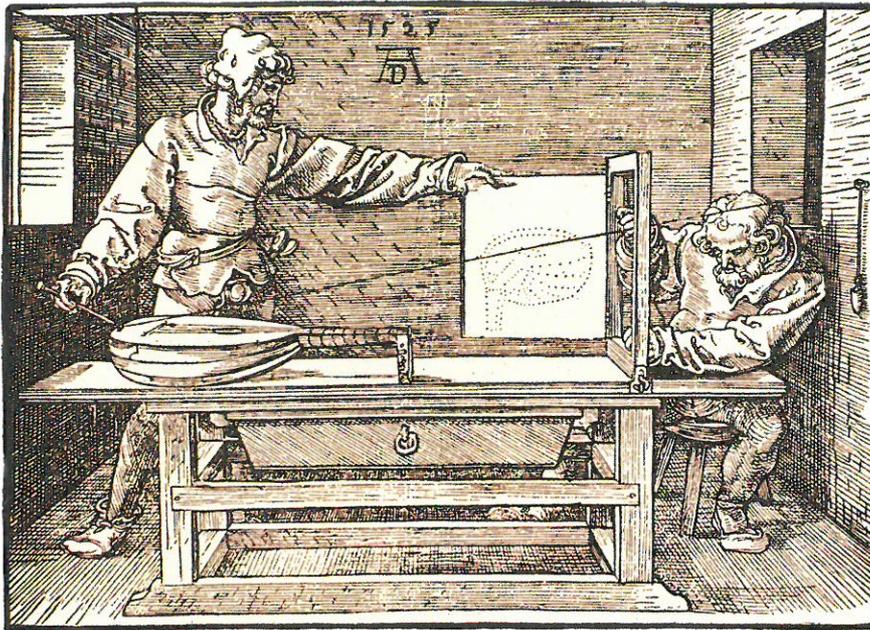
Nochmals Dürer: die eigentliche Grundlage aller Malerei

Geometrie ist für Dürer Offenbarung der Naturgesetze. Einer, der nicht Algebra und Geometrie beherrscht sowie alles, was man über Astronomie und Naturwissenschaften lernen kann, ist für ihn kein ganzer Maler. Den



Hans Holbein d. J.: „Die Gesandten“ (1533), mit dem perspektivisch verzerrten Schädel am unteren Bildrand (links) und die inverse Abbildung (rechts).





Studien zur Perspektive: Albrecht Dürers „Unterweysung der messung mit dem zirkel...“ (Erstausgabe 1528).

Johannes Müller aus Unterfranken, dem unterfränkischen Königsberg, einen Erneuerer der Mathematik der Renaissance, studiert er sorgfältig. Die Welt kennt Müller als Regiomontanus (Königsberger). Columbus und Amerigo Vespucci sollen nach seinen Sternkarten gesegelt sein.

Auch die Schriften eines anderen Großen liest Dürer mit entzückter Verblüffung: Es ist der schon zu Lebzeiten berühmte Nikolaus von Kues aus Bernkastell an der Mosel – Cusanus, Kardinal Nikolaus von St. Peter in den Ketten. Giordano Bruno, der große Italiener und Rebell – vor über 400 Jahren verbrannt – rühmt den Cusaner „... daß er dem Pythagoras nicht gleich sei, sondern ein Größerer...“. In seiner Schrift „De mathematica perfectione“ bekennt der Kardinal, mathematische Einsichten führen uns zum beinahe absolut Göttlichen und Ewigen. Mit Kurven- und Flächenmessung beschäftigte er sich und erfand beinahe die Integralrechnung.

Nach seiner Rückkehr aus Italien packt Albrecht Dürer alle seine Erkenntnisse über das „neue Sehen“

in sein Werk „Unterweysung der messung mit dem zirkel und richtscheyt...“. Und dem Willibald Pirckheimer schreibt er: „Dieweil aber dies die eigentliche Grundlage aller Malerei ist, habe ich mir vorgenommen ... eine Grundlage zu schaffen ... um daraus die rechte Wahrheit zu erkennen. ... gar leicht verlieren sich die Künste, ... schwer nur ... werden sie wieder erfunden. ... Und habe ich Euch dieses Büchlein aus besonderer Zuneigung und freundlicher Absicht zugeschrieben.“ Dürer hatte sein Buch mit Herzblut geschrieben, schätzte es höher als seine Kunstwerke. In deutscher Sprache hatte er es abgefasst und war dabei als Sprachschöpfer tätig geworden. Über den Rat seiner humanistischen Freunde, es in Latein zu schreiben, hatte er sich hinweggesetzt.

Was kann Dürers Buch heute noch bedeuten? Jeder Rechner geht bei der perspektivischen Bilderzeugung wie Albrecht Dürer und Piero della Francesca vor, die Maschine kann es nur schneller, unendlich viel schneller. Aber: Perspektivisches Sehen ist nicht alles in der

Kunst der Malerei. Wo bliebe Monet, wo blieben van Gogh und die anderen Großen?



Der Autor ist em. o. Prof. für Höhere und Numerische Mathematik an der TU München. 1991 wählte ihn die Bayerische Akademie der Wissenschaften zu ihrem ordentlichen Mitglied, seit 1998 ist er Sekretar ihrer Mathematisch-naturwissenschaftlichen Klasse. Er ist außerdem Vorsitzender der Kommission für die Herausgabe der Werke von Johannes Kepler.

Literaturhinweise:

- Hans Belting:** Florenz und Bagdad. Eine westöstliche Geschichte des Blicks, München 2008.
- Albrecht Dürer:** Unterweisung der Messung mit dem Zirkel und Richtscheit, Nördlingen 2000.
- Albrecht Dürer-Ausgabe,** München 1971.
- Richard Fichtner:** Die verborgene Geometrie in Raffaels Schule von Athen, München 1984.
- Susan Foister, Ashok Roy, Martin Wyld:** Making & Meaning. Holbein's Ambassadors, London 1997.
- Bruno Nardini:** Leonardo da Vinci, Stuttgart 1980.
- Irmgard Palladino:** Gläubige mitreißen, Ungläubige überwäl-tigen. Die Kuppeln von Rom.
- Ladislao Reti:** The Unknown Leonardo, New York 1990.
- Marianne Schneider:** Unterwegs zu Leonardo. Texte von Luca Pacioli bis Karl Jaspers, München 2006.
- A. D. Sertilanges:** I Pensieri di Leonardo da Vinci, Amboise 1986. (Mehrere Übersetzungen; die Übertragung von Leonardos im Italienisch der Renaissance formulierten Gedanken ist nicht immer korrekt).
- Rolf Toman:** Die Kunst der italienischen Renaissance, Köln 1994.