Alexander von Humboldt Stiftung | Mitteilungen

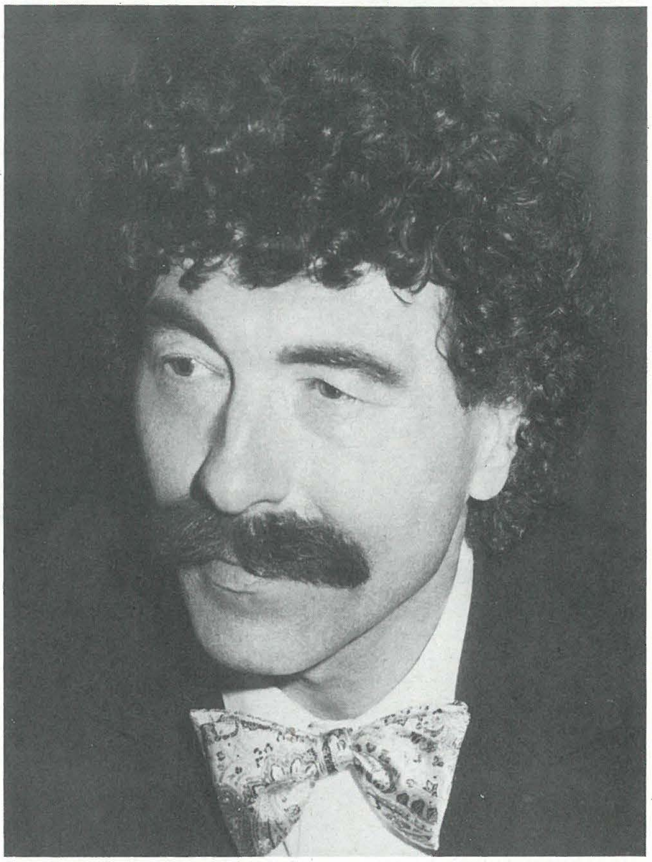
Sonderdruck
aus Heft 53

Roland Bulirsch

Mathematik und Raumfahrt

Anläßlich eines Festkolloquiums für den baden-württembergischen Ministerpräsidenten Lothar Späth im November 1987 in Karlsruhe hielt Professor Bulirsch nachstehenden Vortrag. Der Autor ist der Humboldt-Stiftung durch seine Tätigkeit im Zentralen Auswahlausschuß eng verbunden.

Roland Bulirsch, Jahrgang 1932, Dr. rer. nat., seit 1973 ordentlicher Professor für Höhere und Numerische Mathematik an der Technischen Universität München, promovierte (1961) und habilitierte sich (1966) in München. Er arbeitete 1967–1969 an der University of California in San Diego/USA – wohin er später als Visiting Professor immer wieder zurückkehrte – und war bis 1973 als o. Professor der Universität zu Köln tätig. Er wirkte 1980–1988 als Fachgutachter und Vorsitzender des Fachgutachter-Ausschusses Mathematik der DFG, Bonn, ist seit 1985 Mitglied des wissenschaftlichen Beirats des Mathematischen Forschungsinstituts Oberwolfach, seit 1987 Projektleiter im Schwerpunktprogramm „Anwendungsbezogene Optimierung und Steuerung" und seit 1989 Projektleiter im Sonderforschungsbereich 255 „Transatmosphärische Flugsysteme – Grundlagen der Aerothermodynamik, Antriebe und Flugmechanik" der DFG. Er ist Herausgeber der Zeitschrift „Numerische Mathematik" und Mitherausgeber des „Journal of Optimization Theory and Applications". Er hat zahlreiche Facharbeiten und Fachbücher (mit Übersetzungen in Englisch, Italienisch, Polnisch und Chinesisch) vorzuweisen.



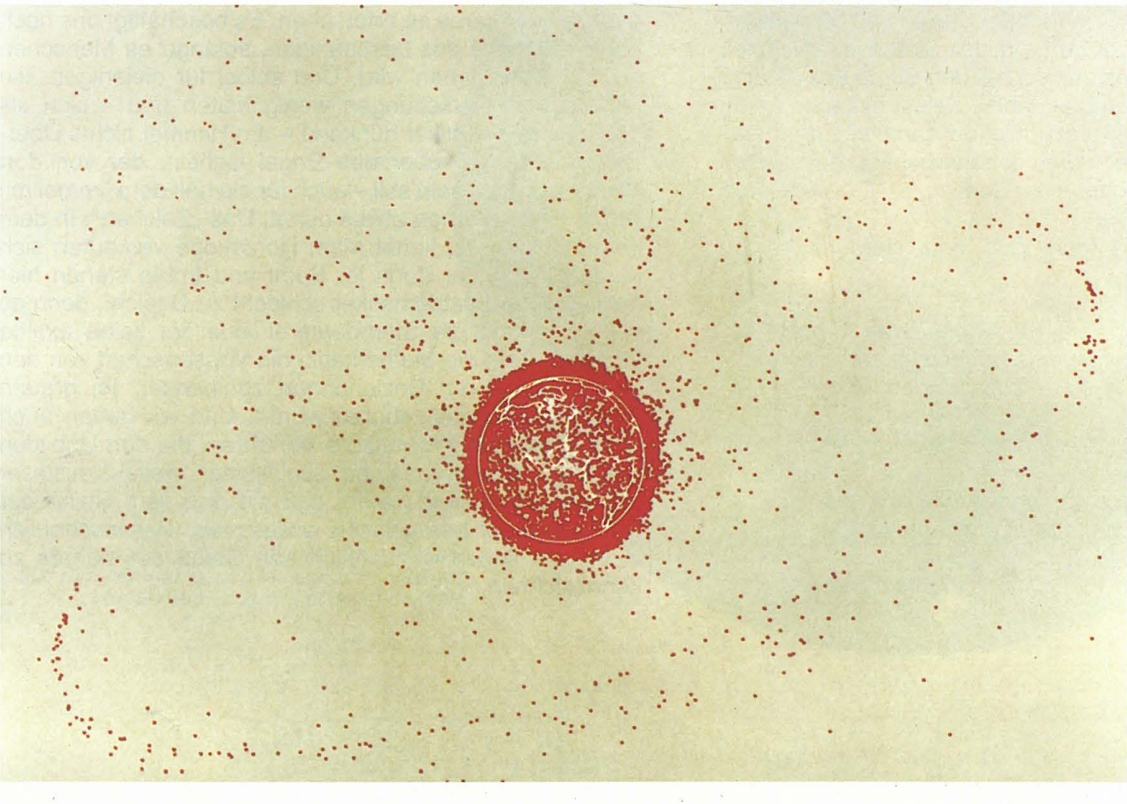


Abb. 1: Das Bild zeigt 1 582 Satelliten und 4 488 „Reste" von Raketenteilen. Dazu umkreisen noch ca. 30 000 weitere Objekte von etwa Tennisball- bis Fingerhutgröße („Raummüll") die Erde. Nach Bahnverfolgungsmessungen von NORAD und des Goddard Space Flight Center.

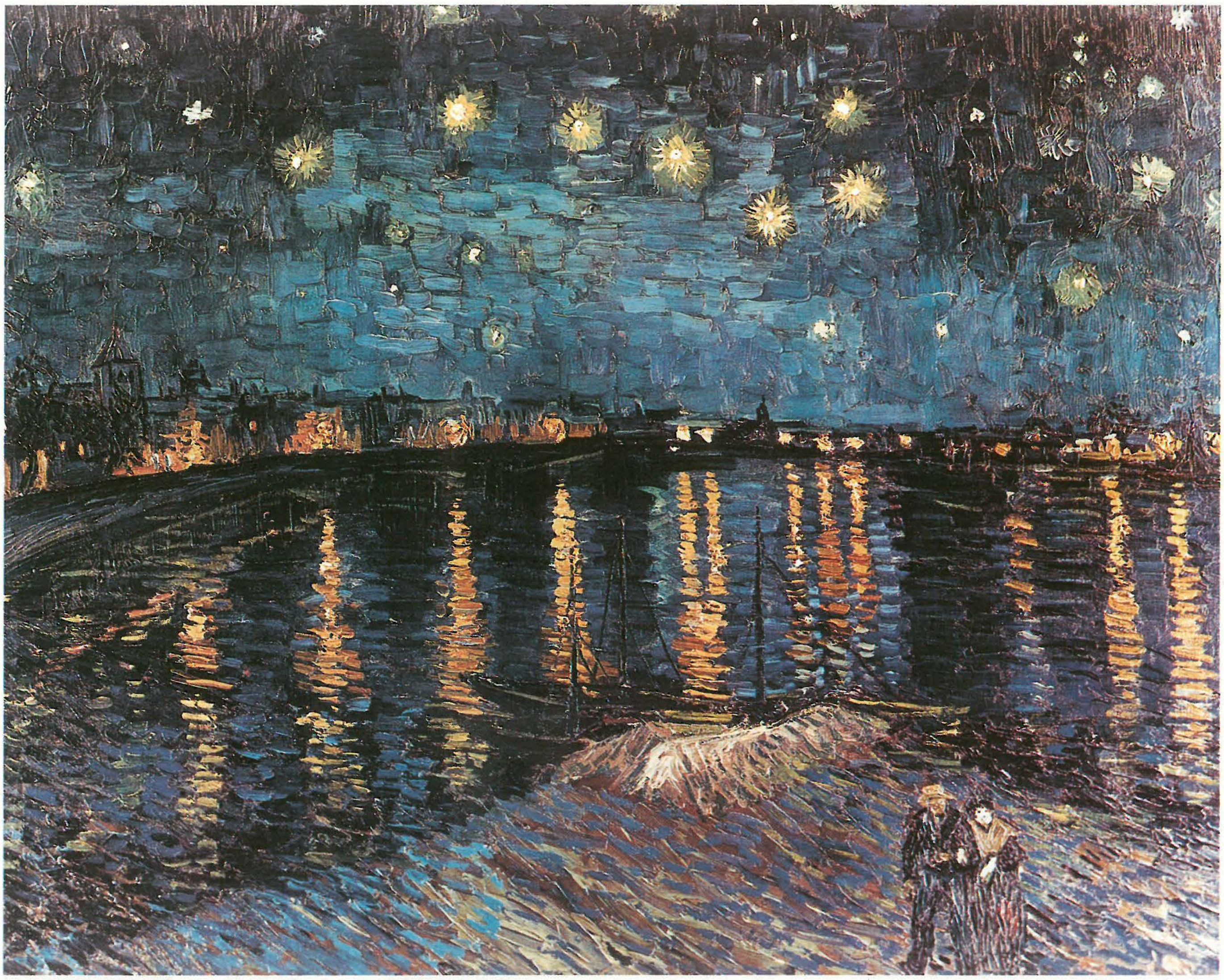


Abb. 2: Die sieben Sonnen des Großen Wagens in van Goghs Sternennacht.

Der Himmel ist uns Menschen nie gleichgültig gewesen: Für unsere Ahnen war er Sitz der Gottheiten, wir blicken auf zu ihm, finden manchmal Trost beim Anblick seiner Sterne. Aufgang und Untergang markanter Sterne und Sternbilder, bezogen auf den jeweiligen Ort der Sonne am Himmel, zeigten dem Menschen der Vorzeit den Stand des Jahres, waren Kalender, teilten das Jahr[1]. Selbst einfache Leute verfügten damals über erstaunliche Kenntnisse des Sternenhimmels, und die waren lebenswichtig: Bei langen Fahrten, bei der Navigation auf See.

Homer über den seefahrenden und sternenkundigen Odysseus[2]:

Ihm schloß kein Schlummer die wachsamen Augen,
Auf die Pleiaden gerichtet und auf Bootes, der langsam
Untergeht, und den Bären, den andre den Wagen
benennen,
Welcher im Kreise sich dreht, den Blick nach Orion
gewendet,
Und allein von allen sich nimmer im Ozean badet.
Denn beim Scheiden befahl ihm die hehre Göttin
Kalypso,
Daß er auf seiner Fahrt ihn immer zur Linken behielte.

Die Not, aber auch Neugier – wir nennen es heute Wissenschaft – auch Verehrung der Götter hatte die Menschen angetrieben, die sichtbaren Objekte des Himmels, seine Sterne zu erforschen. Es beschäftigt uns noch heute und wird uns beschäftigen, solange es Menschen auf der Erde geben wird. Und selbst für diejenigen, die von solchen Forschungen wenig halten und – sich als aufgeklärte Skeptiker dünkend – am Himmel nichts Überirdisches finden, über den Engel lächeln, der von dort herabgestiegen sein soll – auch für sie hält der Himmel mit seinen Sternzeichen etwas bereit: Das „Zeichen", in dem man geboren ist, kennt man; Horoskope verkaufen sich heute glänzender denn je. Spott und Ironie stehen hier freilich einem Mathematiker schlecht zu Gesicht, denn es war ja gerade die Sterndeuterei, aus der seine exakte Wissenschaft, die Mathematik, die Wissenschaft von den Zahlen und ihren Beziehungen zueinander, im grauen Nebel der Vorzeit geboren wurde. Und wir haben auch alles Verständnis für unsere Vorfahren, die den Unbilden der Natur und grausamen Schicksalen weitaus hilfloser als wir ausgeliefert waren, daß sie aus dem Stand der Gestirne mehr herauslesen wollten, als wissenschaftlich in ihm zu sehen ist, nämlich den Stand des Jahres zu kennzeichnen.

Und dennoch, und weil es sich auch zum Datum fügt[3]: Wer jemals tief im Süden, in einer dunklen, wolkenlosen Tropennacht, weitab vom Kunstlicht menschlicher Behausungen, das glänzende Sternbild *Skorpion,* umgeben von den nicht minder strahlenden Sternbildern *Schütze, Zentaurus* und *Kreuz des Südens*[4], hat emporsteigen sehen, diese glühende, über den Himmel geworfene Pracht aus weißen, bläulichen und rötlich funkelnden Lichtern vor den schimmernden Bändern der südlichen Milchstraße, leuchtenden Wolken aus Milliarden Sonnen, mag bei aller wissenschaftlich gebotenen Nüchternheit ahnen, wird etwas spüren von dem, was die alten Völker empfunden haben: von jener Macht, die sie den Sternen zuschrieben.

Kein Zweifel, der Himmel zieht uns an, und der Wunsch, den Sternen nahezukommen, mag früher nur durch die Angst vor dem Zorn der Götter verdrängt worden sein.

Heute ist alles anders, wir wissen sehr viel mehr: Sterne werden wie wir selbst geboren. Im Orion-Nebel blicken wir in eine der Werkstätten der Schöpfung; dort sind gerade neue Sterne, neue Sonnen, erschaffen worden. So mag es vor 4 oder 5 Milliarden Jahren um uns herum ausgesehen haben.

Sterne sind aber auch sterblich – wie wir selbst. Große Sterne explodieren am Ende ihres Lebens mit unvorstellbarer Gewalt in gleißender Lichtfülle. Die vom Explosionsherd ausgehenden Schockwellen rasen dann für viele Jahrtausende durch das Weltall, verdichten dort vorhandene staubförmige Materie und leiten die Geburt neuer Sterne ein. Auch die Sonne, die Erde verdanken möglicherweise ihr Leben der Explosion eines Riesensterns, die vor unendlichen Zeiten stattgefunden hat[5].

Heute fürchten wir keine strafenden Götter mehr, ob immer zu unserem Glück, wir wissen es nicht. Der Himmel um uns herum ist übersät mit künstlichen Körpern. Über 6 000 Satelliten, Raketenteile von etwa Tonnenschwere bis hinunter zur Größe eines Fußballs und noch kleiner umkreisen die Erde *(Abb. 1).* Über jedes einzelne Teil muß genau Buch geführt, die Bahn verfolgt werden, um gefährliche Zusammenstöße mit neustartenden Raketen zu vermeiden – auch das eine Aufgabe der Mathematik.

Eine unerhörte technische Entwicklung hat schier Unmögliches wahr werden lassen. Wir besitzen Bilder unserer nächsten Himmelsnachbarn, der Planeten, Bilder, für deren Anblick manche unserer forschenden Ahnen Jahre ihres Lebens hingegeben hätten. Der Flug der Raumsonde VOYAGER II, die Jupiter, Saturn und Uranus besucht hat und, wir hoffen es, im August 1989 auch den Neptun erreichen wird, ist eine der großen technischen Leistungen unseres Jahrhunderts, vielleicht die größte überhaupt, Amerikas Geschenk an die Menschheit.

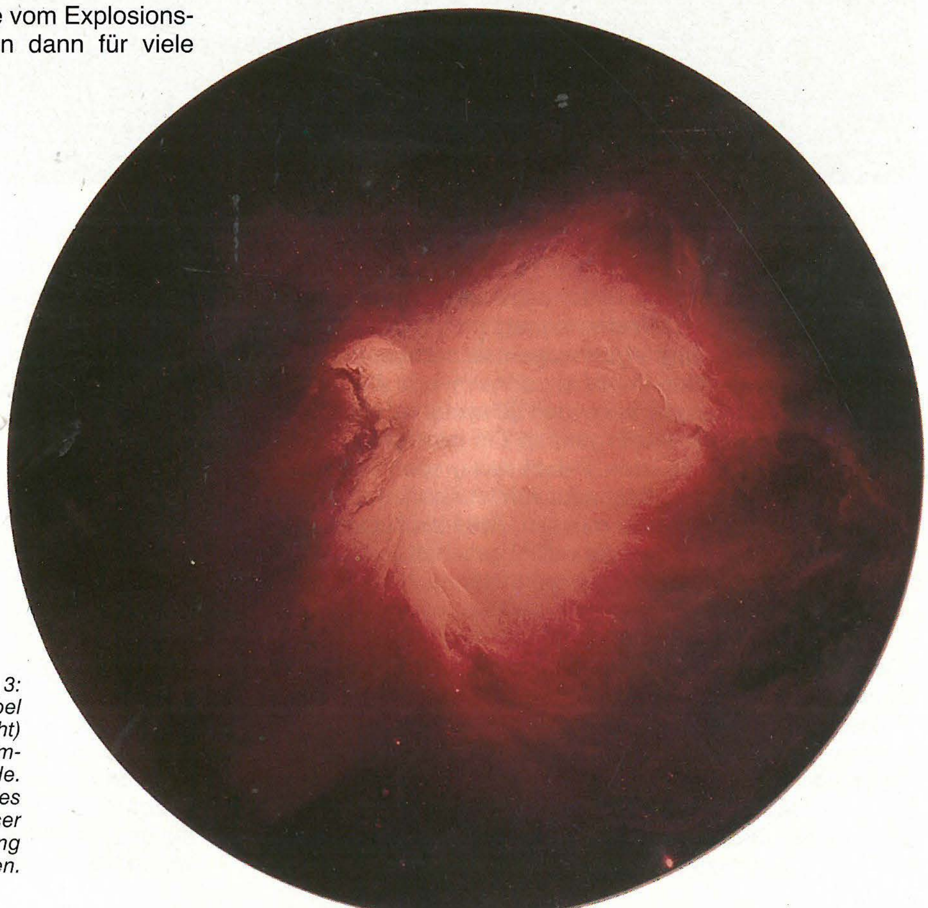
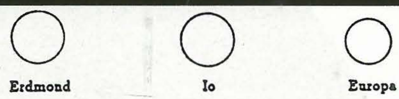


Abb. 3:
Der große Orion-Nebel
(hier im rosafarbenen Wasserstoff α-Licht)
Über 1600 Jahre braucht das Licht seiner glimmenden Wasserstoffwolken für den Weg zur Erde. Seine Gasmassen füllen ein unvorstellbar großes Areal von nahezu 30 Lichtjahren Durchmesser (300 Billionen km); genug Materie zur Schaffung abertausender, künftiger neuer Sonnen.

Abb. 4: Jupiter mit seinen Monden Io und Europa



Wir haben phantastische Bilder schauen dürfen: Jupiter, ganz nahe, mit seinen Monden Io und Europa. Der eine, Io, rotgelb, völlig mit Schwefel überzogen; seine tobenden Vulkane, angeheizt durch Jupiters zermalmende Gezeitenkraft, speien ununterbrochen neuen Schwefel auf ihn herab. Der andere, Europa, weiß, ganz in Eis gepanzert, Stille. Klein erscheint sie, die Erde, neben den großen Planeten; man gefällt sich manchmal darin, von hier auf ihre Bedeutungslosigkeit schließen zu müssen. Aber die Natur kennt keine Werteskala, in die sie die von ihr geschaffenen Objekte einreiht, zumindest keine solche, in der nach Kilometern und Tonnen gemessen wird.

Was, so mag man jetzt fragen, hat das schließlich mit Mathematik zu tun? Nun, die Planetenbilder wären ohne Mathematik gar nicht erhalten worden. Einer der NASA-Verantwortlichen hat es einmal so ausgedrückt: *Die Leute sehen immer nur die großen Raketen. Aber das ist nur ein Teil und nicht einmal der größte in der Raumfahrt. Das andere, die überaus komplizierten Steuereinrichtungen, die gewaltige dazu notwendige Elektronik, die Berechnung der Flugbahnen, den riesigen, aber unabdingbaren Leitapparat auf der Erde, das sehen sie nicht.*

Müssen wir heute die Bedeutung der Mathematik immer wieder herausstellen? Aus der Tiefe der Jahrhunderte hören wir Meister Leonardo da Vinci[6)]:

Keine Forschung darf sich wahre Wissenschaft nennen, wenn sie nicht von mathematischer Beweisführung durchdrungen ist. Keiner lese mich, in meinen Werken, der nicht Mathematiker ist.
Oh Mathematiker, bringt Licht...

Haben aber Mathematiker zur Raumfahrt beigetragen?

Aus einem Buch über den Flug zum Mond: *Die Anfangsbewegung ist für den Mondfahrer die schlimmste, denn er wird so emporgeschleudert, als wenn er, wie durch die Kraft des Pulvers angetrieben, auf einer Kanonenkugel dahinflöge. Der Mondfahrer muß sorgfältig abgestützt werden, damit sich die Gewalt des Rückstoßes gleichmäßig über alle Körperteile verteilt. Sodann neue Schwierigkeiten: Die ungeheure Kälte auf der Reise.*

Abb. 5: Vulkanausbruch auf Io

Nach dem ersten Teil der Reise geht es leichter, der Mondfahrer entrinnt der Kraft der Erde und gerät in die des Mondes, die nun die Oberhand gewinnt. Und der Autor des Buches fährt fort: *Da nämlich die Kräfte der Erde und des Mondes den Körper anziehen und in der Schwebe halten, ist die Wirkung genau die gleiche, als wenn keine Kraft den Körper anziehen würde.*

Der Verfasser beschreibt hier alles richtig, auch die Wirkung der Schwerelosigkeit, über die wir heute gut Bescheid wissen. Doch dieses Buch wurde vor sehr langer Zeit, etwa 9 Jahre vor Beginn des 30jährigen Krieges, 1609, geschrieben, und der Autor war niemand anderer als Ihrer Kaiserlichen Majestät Rudolfs II. von Habsburg Hofmathematikus, der Schwabe Johannes Kepler. Es ist der erste echte Science-fiction-Roman der Weltliteratur[7)]! Das Werk hat Kepler nur Unglück gebracht. Er, damals in Prag, kannte die Sage von der großen böhmischen Königin und Seherin Libussa, und er hatte in seinem Roman die Kunstfigur eines Dämons geschaffen, der den Erdenbewohnern erzählte, wie man mit Hilfe spinnenbeiniger Mondgeister zum Mond reisen kann. Zu diesem Dämon konnte man aber nur durch die Vermittlung einer wissenden Zauberin gelangen, die Kepler – er hat sich später dafür verwünscht – seine Mutter nannte. Das war eine weitere Fuhre Brennholz für den Scheiterhaufen, der schon auf Keplers Mutter wartete: Man hatte sie als Hexe angeklagt. Da kam Hilfe im letzten Augenblick und war wie ein Wunder: Das Malefiz-Verfahren wurde eingestellt, Katharina Kepler mußte nicht auf dem Scheiterhaufen brennen; den Güglinger Richtern sei es noch heute gedankt. Herzog Johann Friedrich gab Anweisung, Keplers Mutter sofort freizulassen – sie hat es nicht lange überlebt[8)].

Es gehörte zum Selbstverständnis der Wissenschaft in unserem Lande, daß sie sich der auch literarischen Leistung Keplers eher genierte. Von wenigen Ausnahmen abgesehen, wird man in deutschen Büchern nichts darüber finden. Die Angelsachsen hingegen haben das lateinische Original erst vor kurzem in ihre Sprache übertragen[7)].

Keplers unsterbliche Leistungen, seine drei von ihm gefundenen Gesetze über die Bewegung der Planeten, ja aller Himmelskörper, sind die ersten Wegweiser, Marksteine auf dem geistigen Flug ins All[9)].

Abb. 6: Johannes Kepler (1571–1630) entdeckte die Gesetze der Planetenbewegung an Beobachtungen der Marsbahn.

Die Geschichte, auch die der Naturwissenschaften, urteilt nicht immer gerecht: Newton stand immer im Licht, Kepler stets in seinem Schatten!

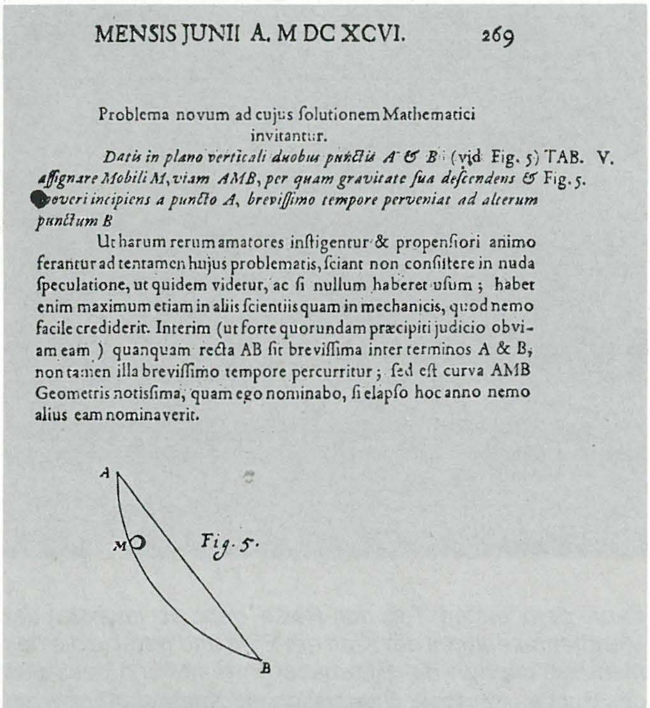
Kepler: Zur falschen Zeit im falschen Land geboren? Hegel über Kepler: *Die Gesetze der absolut freien Bewegung sind von Kepler entdeckt worden, eine Entdeckung von unsterblichem Ruhm. Es ist aber zu einer allgemeinen Redensart geworden, daß Newton erst die Beweise jener Gesetze gefunden habe. Nicht leicht ist ein Ruhm ungerechter von einem ersten Entdecker auf einen anderen übergegangen.* Alexander von Humboldt: *Die ausschließliche Bezeichnung dieser großen Entdeckung als die Newtonsche ist fast eine Ungerechtigkeit gegen das Andenken des großen Mannes.* Und Friedrich Engels fügt hinzu: *Newton wurde vergöttert und England hat ihn mit Ehren und Reichtum überhäuft. Deutschland hat seinen Kepler verhungern lassen. Dabei ist das Newtonsche Gravitationsgesetz in allen drei Keplerschen Gesetzen, im dritten sogar ausdrücklich, enthalten*[10].

Newton hat das damals selbst, eher widerwillig, zugegeben.

Kein Wort hier gegen den großen Newton. Es muß aber keine schlechte Zeit für die Wissenschaften gewesen sein, in der deutsche Philosophen so gute Kenntnisse der Mathematik und Physik besaßen und Karl Marx sogar Schriften über mathematische Probleme verfaßt hatte[11]. War die deutsche Philosophie der vergangenen Jahrhunderte vielleicht deshalb so bedeutend? Wir möchten es annehmen.

Da ist noch einer zu nennen, und wieder stammt er aus dem schwäbisch-alemannischen Raum: 1696 stellte der Baseler Mathematiker Johann Bernoulli in der ersten

Abb. 7:



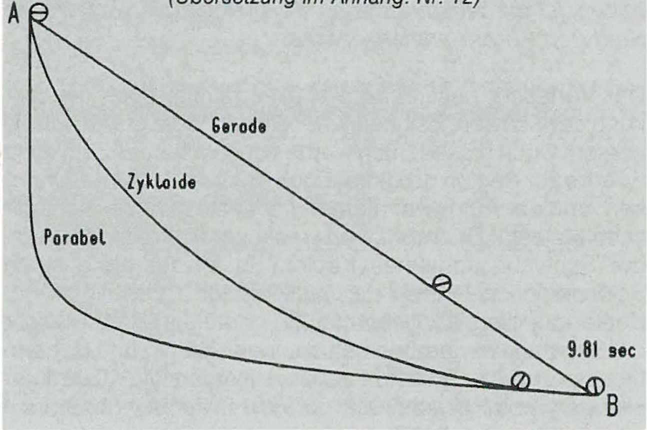
MENSIS JUNII A. M DC XCVI. 269

Problema novum ad cujus ſolutionem Mathematici invitantur.

Datis in plano verticali duobus punctis A & B (vid Fig. 5) TAB. V. *aſſignare Mobili M, viam AMB, per quam gravitate ſua deſcendens & moveri incipiens a puncto A, breviſſimo tempore perveniat ad alterum punctum B* Fig. 5.

Ut harum rerum amatores inſtigentur & propenſiori animo ferantur ad tentamen hujus problematis, ſciant non conſiſtere in nuda ſpeculatione, ut quidem videtur, ac ſi nullum haberet uſum; habet enim maximum etiam in aliis ſcientiis quam in mechanicis, quod nemo facile crediderit. Interim (ut forte quorundam præcipiti judicio obviam eam) quanquam recta AB ſit breviſſima inter terminos A & B, non tamen illa breviſſimo tempore percurritur; ſed eſt curva AMB Geometris notiſſima, quam ego nominabo, ſi elapſo hoc anno nemo alius eam nominaverit.

Johann Bernoullis Aufgabe aus dem Jahre 1696 (Übersetzung im Anhang: Nr. 12)



... und die Lösung: Auf der Zykloide fällt die Kugel am schnellsten (alle 3 Kugeln sind zur gleichen Zeit in A gestartet)

Abb. 8: Mars.
In der Mitte der Große Canyon: 4 000 km lang, bis zu 700 km breit, 7 km tief. Weiße Schleier aus (gefrorenem) Kohlendioxid und Wasser umhüllen den Planeten. Aus den Eiswolken ragen drei erloschene Vulkane, jeder über 17 km hoch (links im Bild).

gelehrten Zeitschrift Deutschlands, den *Acta Eruditorum,* eine seit dieser Zeit berühmt gewordene Aufgabe[12]: *Man finde die Kurve kürzester Fallzeit, welche zwei gegebene Punkte verbindet.* Ein Jahr später folgt in Groningen eine weitere Veröffentlichung. Sie beginnt mit den Worten: *Die scharfsinnigsten Mathematiker des ganzen Erdkreises grüßt Johann Bernoulli, öffentlicher Professor der Mathematik.* Diese scharfsinnigen Mathematiker werden sodann aufgefordert, sich an der Lösung der Aufgabe zu beteiligen. Es sind nicht viele Lösungen eingegangen: Leibniz, der Marquis de L'Hospital, Johann Bernoullis Bruder Jakob und – anonym – Newton haben Lösungen eingesandt *(Abb. 7).* Die Aufgabe war aber auch wirklich sehr schwer, und noch heute werden Abiturienten, selbst solche mit sehr guten Mathematikkenntnissen nicht in der Lage sein, das Problem zu lösen. Auch die Berufsmathematiker sind immer wieder verblüfft, mit welch wahrhaft genialen Einfällen diese Mathematiker das Problem damals gelöst haben.

Die Kurve, auf der die Kugel am schnellsten von A nach B „fallen" kann, ist keineswegs eine gerade Linie, wie man zunächst annehmen sollte. Die „beste", die „optimale" Kurve ist vielmehr nach unten durchgebogen. Man nennt sie Zykloide oder Radkurve. Diese Kurve ist auch im alltäglichen Leben zu finden: Ein Radfahrer schreibt mit dem Seitenstrahler in seinen Radspeichen Girlanden, Zykloiden, in das Dunkel der Nacht; die Wellen des Meeres formen sich beim Anlaufen der Küste wie Zykloiden.

Bei der Bernoullischen Aufgabe wird eine Bahn so bestimmt, daß ein unter der Anziehungskraft der Erde auf dieser Bahn fliegender oder rollender Körper möglichst schnell das Ziel erreicht. Und diese Bahn – wir nennen sie die optimale Bahn – muß keineswegs immer eine gerade Linie sein, wie das Beispiel gezeigt hat. Ahnen Sie jetzt die Beziehungen, die zwischen der Bernoullischen Aufgabe und den Problemen der Raumfahrt bestehen, wenn etwa ein fremder Planet angesteuert werden soll?

Man will von der Erde zum Mars fliegen *(Abb. 8):* Wie soll die Bahn aussehen, wenn das Fahrzeug, die Raumsonde, möglichst bald dort ankommen soll. In der Raumfahrt sind freilich andere Kriterien wichtiger: Wie sieht die Bahn aus, auf der die Sonde mit geringstem Treibstoffverbrauch zum Mars fliegen kann? (Nicht etwa deswegen, weil der Treibstoff so kostbar ist, vielmehr um an Gewicht zu sparen und Platz für anderes, etwa nützliche Geräte, zu gewinnen.)

Johann Bernoulli und sein Bruder Jakob gehörten zu den wenigen, wahrscheinlich waren sie die einzigen, die Leibnizens geniale Abhandlung über die Differential- und Integralrechnung in den *Acta Eruditorum,* 1684, verstanden hatten.

Voltaire über Leibniz: *Er lehrte die Könige, erleuchtete die Weisen, weiser als sie, wußte er um den Zweifel.*

Die Brüder Bernoulli aber haben die Differential- und Integralrechnung „handhabbar" gemacht. Es ist ihr unsterbliches Verdienst, daß durch ihre Arbeiten die Differential- und Integralrechnung in das Bewußtsein der Zeitgenossen gehoben wurde, und es ist auch der Beginn des technischen Zeitalters: Ohne die Differential- und Integralrechnung gäbe es keine Technik.

Auch Jakob Bernoulli hat, ebenfalls als erster, einen wichtigen Grundtyp von solchen Aufgaben beschrieben und gelöst. Es sollte die Lösung eines Optimierungsproblems gefunden werden, wenn noch zusätzliche Bedingungen erfüllt werden müssen. Man mag sich das am Beispiel der rollenden Kugel so vorstellen: Anstatt die Kugel ungestört von A nach B rollen zu lassen, könnte man sie zwingen, zunächst ein kleines Stück auf einer geraden Linie zu gleiten. Anschließend könnte man wieder den Weg freigeben und die Kugel „optimal" zum Endpunkt B rollen lassen. Gerade die Bahnprobleme in der Raumfahrt sind von solcher Art. Die Bahn muß manchmal so gelegt werden, daß das fliegende Objekt von der Erde aus sichtbar ist, also angepeilt werden kann, damit Funksignale übermittelt werden können. Jakob Bernoulli hätte sich freilich gewundert, wenn man ihm das erzählt hätte. Bei ihm liest sich das so: *Gegeben zwei Punkte, eine Kurve (also eine Schnur) gegebener Länge verbindet sie. Welche Gestalt muß die Kurve (die Schnur) annehmen, damit die eingeschlossene Fläche möglichst groß wird?* Man bezeichnet das in der Mathematik auch als das Problem der Dido.

Etwa 900 Jahre vor Christi Geburt lebte in Tyros – das ist in der Gegend des heutigen Libanon – Dido, Tochter des phönizischen Königs Belus. Aus Furcht vor ihrem Bruder Pygmalion floh Dido nach Afrika, dorthin, wo heute Tunis liegt. Sie wollte Land kaufen, aber man wollte ihr nur so viel geben, als sie mit einer Ochsenhaut begrenzen könne. Dido schnitt die Haut in feinste Streifen, nähte diese zusammen und konnte mit dieser langen Schnur so viel Land eingrenzen, daß sie darauf eine Burg bauen konnte. Die Burg hieß Byrsa und war der Grundstein von Karthago, was so viel wie „Neue Stadt" bedeutet.

Vergil über Flucht und glückliche Landung:

Was grad' an Schiffen bereit war,
Rafft man zusammen, belädt man mit Gold,
Pygmalions Schätze
Trägt man, des Räubers, zum Meer. Es treibt
ein Weib zu der That an.
Als sie gekommen zum Ort, wo nun die
gewaltigen Mauern
Sehen du wirst und die wachsende Burg
der neuen Carthago,
Handelten jene den Grund, von der That
jetzt Byrsa benennet,
So viel als umspannen die Stierhaut ihnen vermöchte.

Architekten von der Universität Karlsruhe sind gerade dabei, Neuausgrabungen in Karthago vorzunehmen.

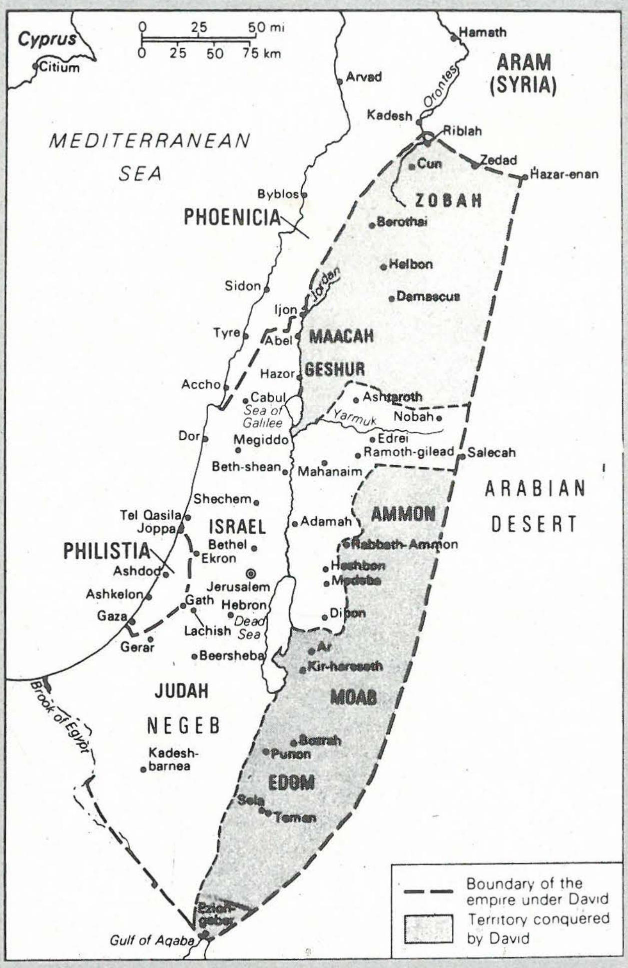
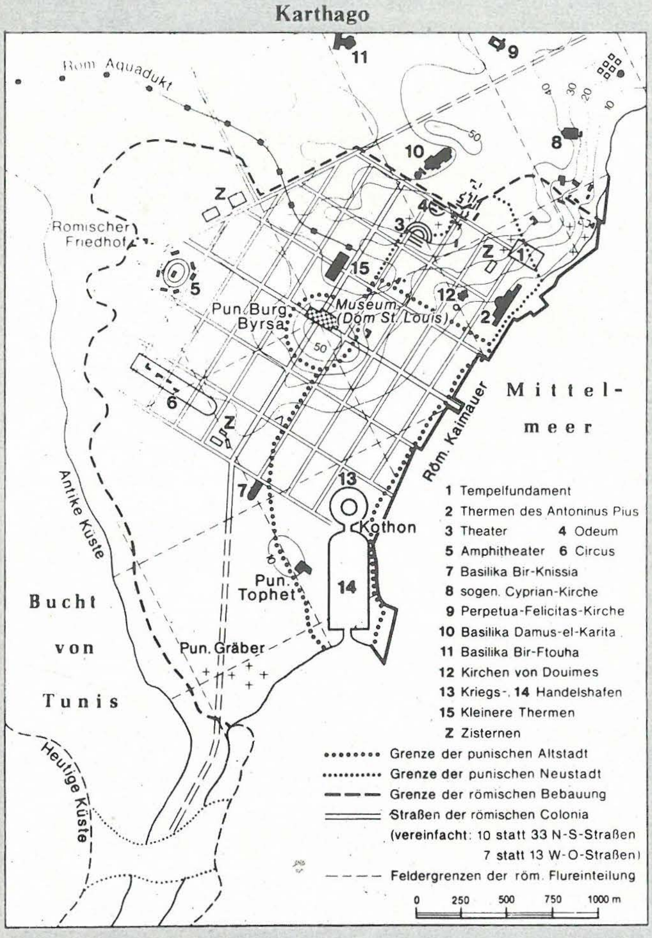


Abb. 9: Das östliche Mittelmeer um 900 v. Chr. (Tyre = Tyros)



Karthago
(nach archäologischen Grabungen)

Didos Gemeinwesen blüht auf, doch die Sterne sind nicht günstig, eine Tragödie bahnt sich an: Der Äneas wird auf seiner Irrfahrt von Troja an die karthagische Küste verschlagen. Dido nimmt ihn auf, verliebt sich unsterblich in ihn; der aber muß sie auf Geheiß Jupiters wieder verlassen – Dido erdolcht sich darüber aus Gram. Da erbarmt sich Juno und sendet vom Olymp die Götterbotin Iris, damit sie Dido in ihrer letzten Stunde tröste und in die Unterwelt geleite. Dort hat sie der Äneas, der mit der cumäischen Sibylle durch den Schlund beim Avernus hinabgestiegen war – Zutritt in die Totenwelt und Rückkehr ins Reich der Lebenden waren ihm, dem Halbgott, ein einziges Mal erlaubt – noch einmal sehen dürfen. Aber Dido hat sich abgewendet.

Vergil hat es in der *Äneis* erzählt[13)], die Erinnerung daran lebt in der Mathematik fort.

Auf die beiden Bernoulli folgte Euler, wiederum ein Alemanne aus Basel. Er war der größte Mathematiker des 18. Jahrhunderts. Euler, versehen mit einem divinatorischen mathematischen Instinkt, erfand einen Kalkül, mit dem man Probleme, wie sie Bernoulli stellte, ganz allgemein in Angriff nehmen konnte, ohne auf die spezielle Natur der Aufgabe eingehen zu müssen. Man nennt das in der Mathematik „eine formale Behandlung". Sie erleichtert das Lösen solcher Aufgaben ungemein, baut dafür aber für den Nichtfachmann abstrakte Hürden auf. Euler nannte seinen Kalkül *Variationskalkül,* wir sagen heute *Variationsrechnung*[14)]. Euler konnte das ganze Problem auf einige wenige Gleichungen reduzieren, die Lösungen dieser Gleichungen stellen die Lösung des Optimierungsproblems dar. Man nennt sie heute *Euler-Lagrange-Gleichungen.* Der französische Mathematiker Lagrange hatte nämlich schon als 19jähriger einen genialen Kunstgriff ersonnen, mit dessen Hilfe man diese Eulerschen Gleichungen unmittelbar erhalten kann. Er hat später auch einen Weg aufgezeigt, wie Aufgaben von der Art des Jakob Bernoulli allgemein angepackt werden konnten. Von dem französischen Mathematiker Lagrange waren sogar Goethe und Friedrich der Große beeindruckt, die beide wenig von Mathematik und noch weniger von Mathematikern hielten[15)].

Nun folgt Entdeckung auf Entdeckung. Im 18. Jahrhundert waren daran vorwiegend französische Mathematiker beteiligt, wie etwa Legendre und d'Alembert, der große Enzyklopädist; ihre Namen sind im Bewußtsein vieler Franzosen verankert. Im 19. Jahrhundert waren es dann deutsche Mathematiker wie Jacobi, Weierstraß und manche andere; ihre Namen kennt in Deutschland nur die Fachwelt. Es hängt eben damit zusammen, daß die Mathematik im französischen Geistes- und Kulturleben eine weitaus größere Rolle spielt als bei uns. In der südwestlichen Ecke Deutschlands ist es darum besser bestellt, wir deutschen Mathematiker sind dafür dankbar. Vielleicht liegt es an der Nähe zu Frankreich, vielleicht ist da aber noch etwas. Es mag etwa 10 Jahre her sein, ich hatte gerade die Notenlisten zur Abschlußprüfung über die große, mehrsemestrige Mathematikvorlesung für Ingenieure studiert und aus den ca. 400 Teilnehmern die 10 besten Studenten – alle mit der Note 1,0 – herausgesucht. Ich wollte diese Studenten für ein Stipendium vorschlagen, und wir hatten uns deshalb von der Registratur die Heimatadressen heraussuchen lassen. Und, merkwürdig, 8 der 10 Studenten stammten aus Orten, deren Postleitzahlen eine 7 als erste Ziffer hatten. Es waren alles kleine Orte, verstreut zwischen Tübingen, dem Schwarzwald und dem Bodensee. Ich habe die Studenten dann gefragt, warum sie nicht nach Stuttgart oder Karlsruhe gegangen sind. Antwort: *Do hen mir koi Zulassung kriagt.* Mir konnte es nur recht sein. Inzwischen ist der Nachschub von dort leider versiegt, man muß es sich mit der Zulassung doch überlegt haben.

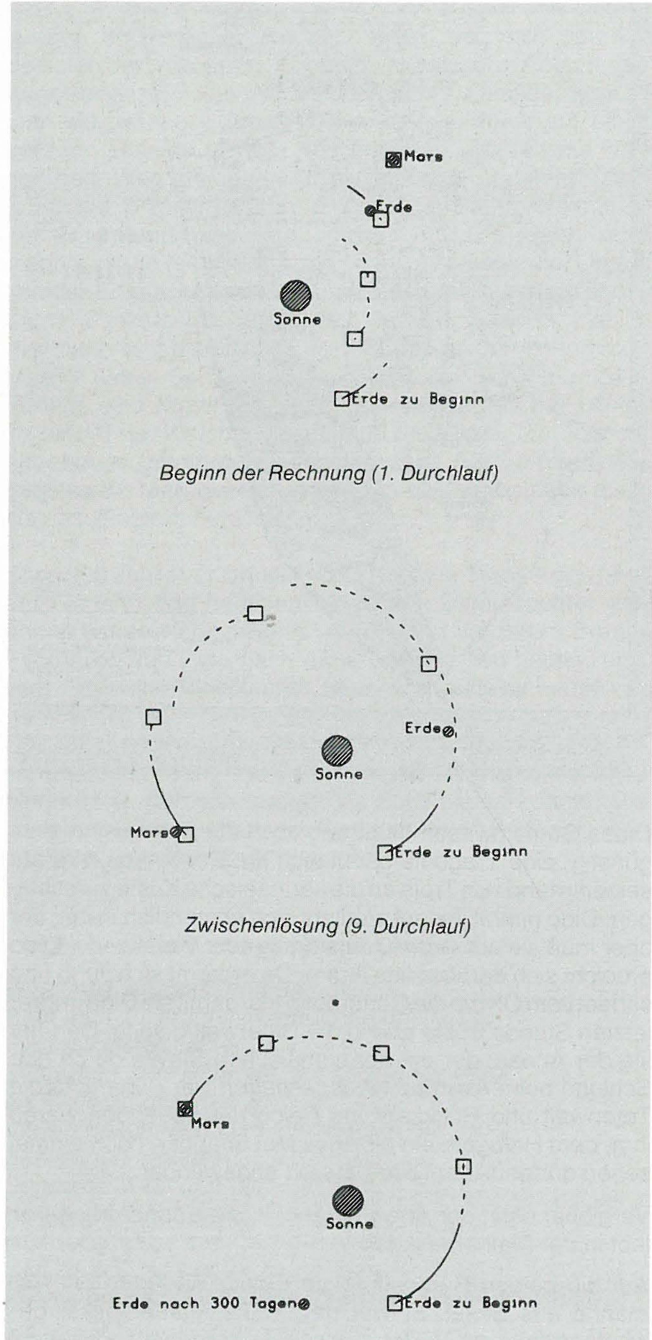
Etwa bis 1930 hatte die Mathematik das gesamte Arsenal bereitgestellt, um die Probleme der Bahnoptimierung in der Raumfahrt zumindest mathematisch-theoretisch formulieren zu können. Der letzte Beitrag dazu stammt von dem Amerikaner Valentine, einem entfernten Schüler von Bolza, der in Chikago und – ich wage es schon gar nicht mehr zu sagen – auch in Freiburg gelehrt hat. Von einer wirklichen, zahlenmäßigen Berechnung der Flugbahnen war man aber noch weit entfernt.

Wir müssen nicht eigens betonen, daß die Mathematik nur einen Aspekt der Raumfahrt beschreiben kann. Auf der technischen, weitaus wichtigeren Seite[16)] haben der russische Wissenschaftler Ziolkowski, Lehrer für Mathematik und Physik, der amerikanische Physiker Goddard und der deutsche Hermann Oberth – auch er ein ehemaliger Mathematiklehrer – im wahrsten Sinne des Wortes Bahnbrechendes geleistet. Nur in der Reihenfolge der Geburt ist hier Oberth als dritter aufgeführt. Er hat übrigens seine Arbeit über Raketentheorie 1923 der Heidelberger Universität als Dissertation vorgelegt. Die Arbeit wurde aber von der zuständigen Fakultät abgelehnt. Der erbitterte Oberth ließ sie als Buch drucken: Es wurde zu einer der wichtigsten Grundlagen der Raumfahrt. – Oberth hatte sich nicht blamiert, aber andererseits ist auch nicht jede abgelehnte Dissertation Gold.

An der weiteren technischen Entwicklung haben viele Anteil. Ich möchte hier nur noch Wernher von Braun nennen.

Überflüssig zu erwähnen, daß der einzelne heute bestenfalls ein kleines Steinchen in das Gesamtwerk einbringen kann, und selbst Staaten wie die Bundesrepublik kaum in der Lage sind, umfangreiche Raumfahrtprogramme allein abzuwickeln.

Abb. 10:



Beginn der Rechnung (1. Durchlauf)

Zwischenlösung (9. Durchlauf)

Fertige Flugbahn (18. Durchlauf)

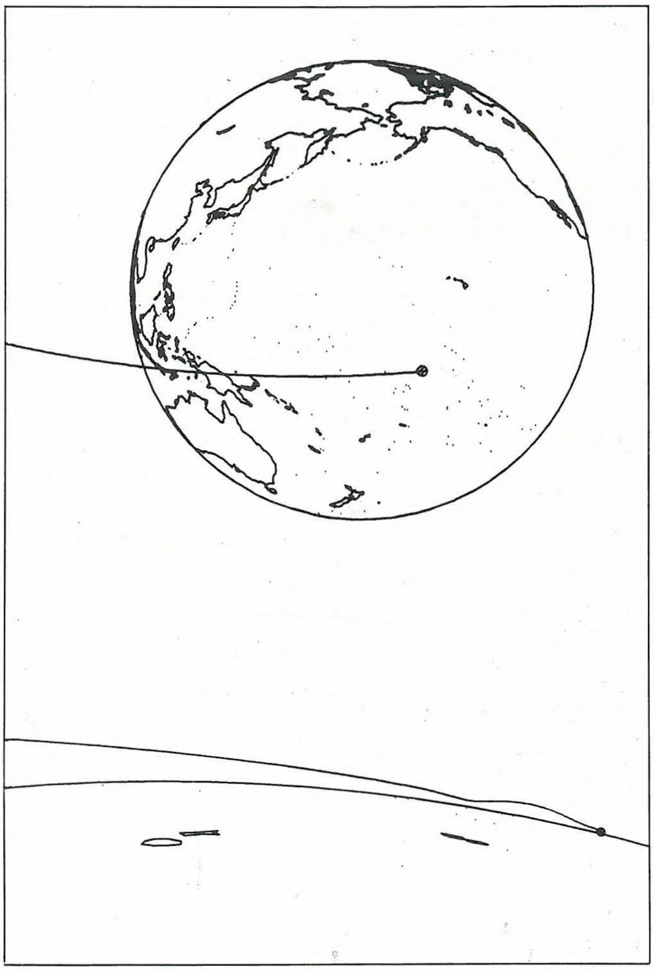


Abb. 11: Optimale Bremsbahn einer Apollo-Kapsel in der Lufthülle der Erde; Landung im Südpazifik (mit Ausschnittsvergrößerung)

Aber ohne elektronische Rechner, die Computer, ging es in der Raumfahrt nicht weiter, und es ist alles andere als Zufall, daß die Entwicklungen in der Raumfahrt und die Entwicklung der elektronischen Rechenautomaten parallel liefen. Nun war wieder die Mathematik gefordert. Die komplizierten, die Flugbahnen beschreibenden (Differential)Gleichungen mußten umgeschrieben werden, denn sie waren mit Mitteln der klassischen, nichtnumerischen Mathematik nicht zu lösen. Die Mathematik arbeitet ja mit idealisierten Größen und Beziehungen und gebietet über ein ganzes Universum von Zahlen, das wir mit unserer Einbildungskraft geschaffen haben. Der Nachteil: Es ist nicht realisierbar. Im Vergleich dazu verfügt der Computer nur über ein paar Zahlen und kann im Grunde genommen diese Zahlen auch nur addieren, aber er kann es – in menschlichen Begriffen gedacht – fast unendlich schnell. Und so wurden die den Mathematikern und Ingenieuren vertrauten Relationen umgeschrieben in Beziehungen, in denen nur noch addiert und multipliziert zu werden braucht.

Es ist so, als ob man Goethes Faust in einer primitiven Sprache wiedergeben wollte. Das Vokabular? Total reduziert! Das Bild hängt schief, da der Faust für uns ja „lesbar" ist, die Originalgleichungen aber nicht „lösbar" waren.

Ich will es kurz machen: Bahnberechnungen laufen etwa so ab: Zwischen der Erde und dem anzusteuernden Raumkörper – etwa dem Planeten Mars – stecken wir im Weltall „gedachte" Punkte ab. Zwischen diesen Punkten ermitteln wir Teilstücke der Bahn, die vom Computer mit Hilfe der gespeicherten Anweisungen berechnet werden. Diese Anweisungen sind Übersetzungen der mathematischen Beziehungen hinüber auf die Ebene der Sprache der Maschine. Nun werden die „gedachten" Punkte von der Maschine solange gezielt verändert, bis alle Teilstücke nahtlos aneinanderschließen. Die optimale Trajektorie ist fertig *(Abb. 10)!* Das sagt sich freilich leichter als es wirklich ist.

Auch die Heimkehr aus dem Weltall ist wichtig! Das Gefährlichste ist das Bremsmanöver in der Erdatmosphäre *(Abb. 11)*. Das Fahrzeug, das sehr schnell fliegt, ca. 11 km in der Sekunde (in etwa 6 Sekunden könnte man damit von Karlsruhe nach Stuttgart fliegen, in 20 Sekunden wäre man in Bonn, aber wie dort bremsen?), muß in der Atmosphäre auf etwa 300 m pro sec. – das ist etwa die Geschwindigkeit

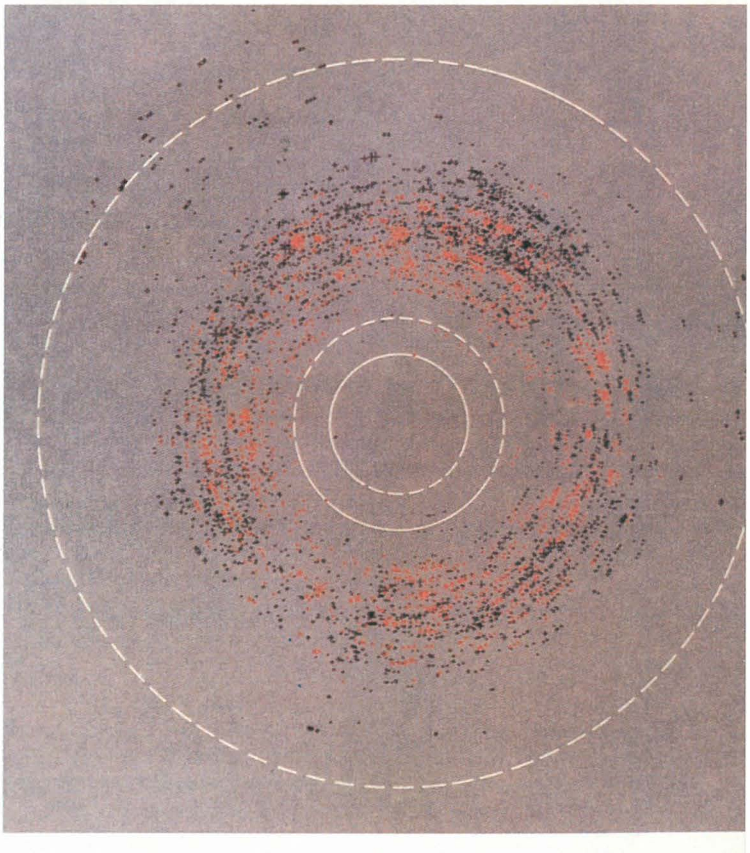


Abb. 12: Planetoidengürtel mit 7015 Planetoiden zwischen Marsbahn und Jupiterbahn. Die innerste Bahn ist die Erdbahn. Nach Messungen des Infrarotsatelliten IRAS.

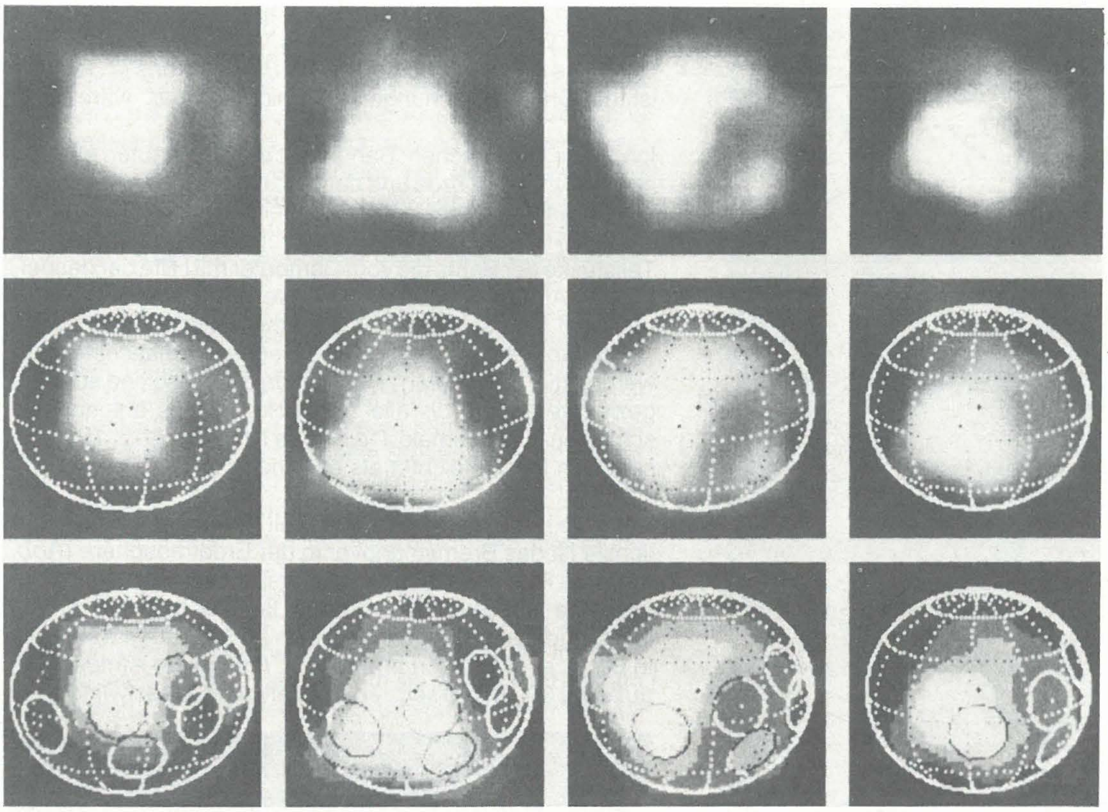


Abb. 13: Oberflächenhelligkeit und Rotation des Planetoiden VESTA, gemessen mit dem Speckle-Interferometer.

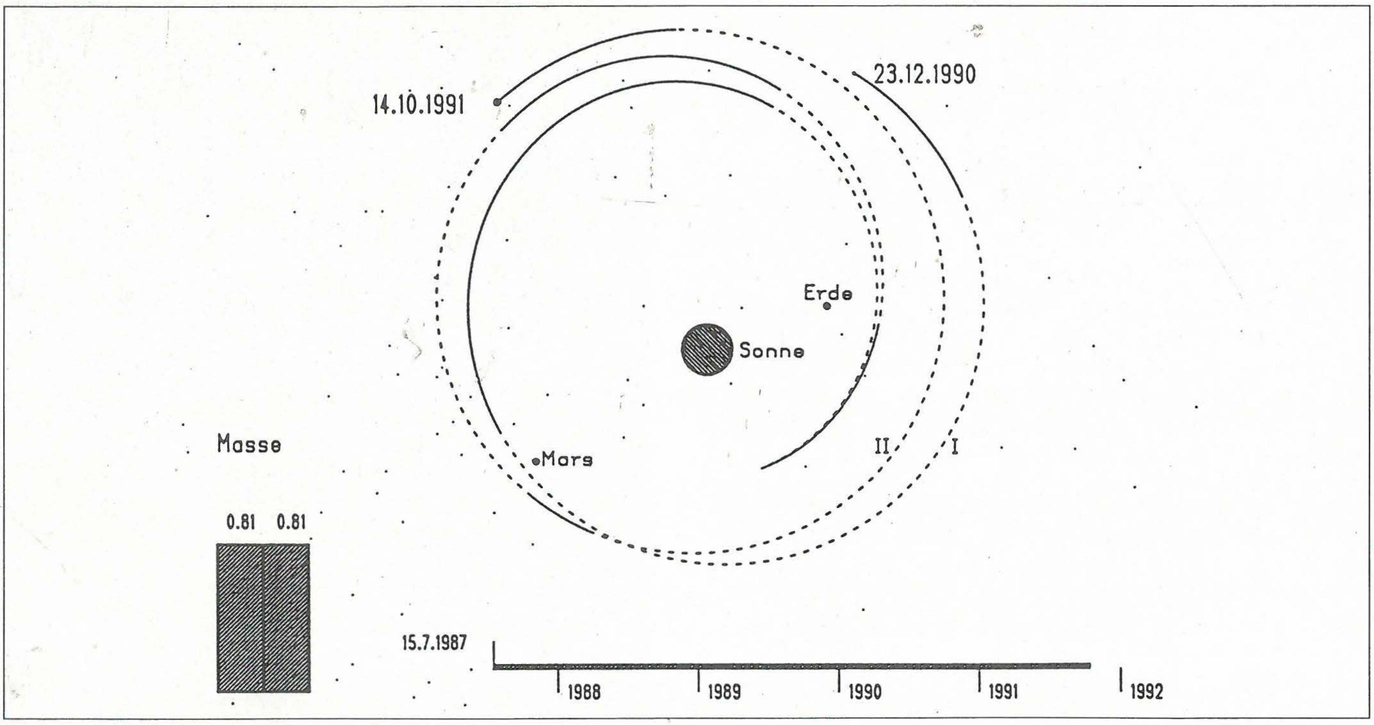


Abb. 14: Optimale Flugbahnen zum Planetoiden Vesta: Abflug 15. Juli 1987. Bahn I führt dicht am Erdmond vorbei; er wirkt als Gravitationsschleuder auf die Sonde, dadurch Verkürzung der Reisezeit um ca. 10 Monate. Bahn II benützt den Erdmond nicht. Treibstoffverbrauch für Bahn I und Bahn II: 19 % der Anfangsmasse.

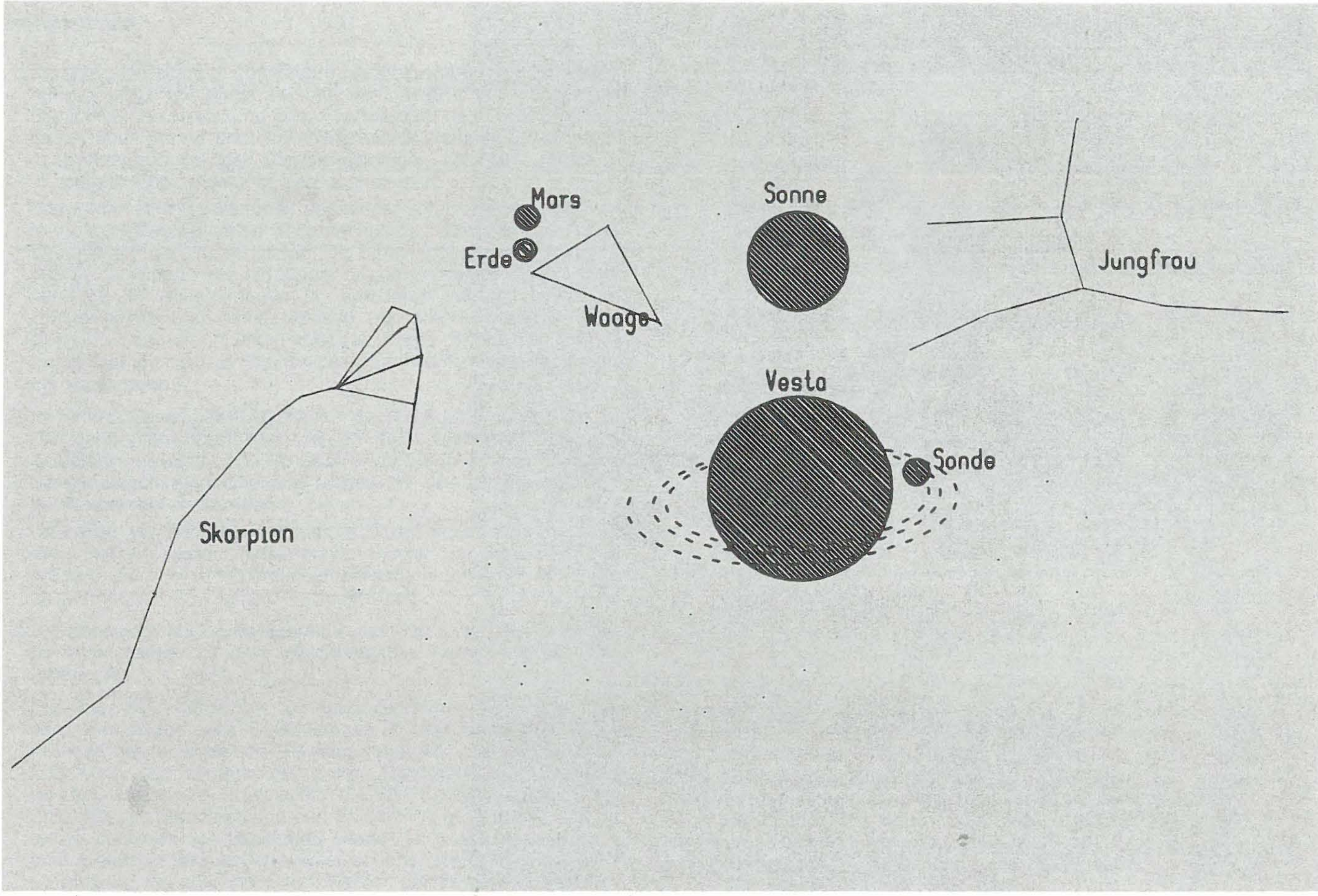


Abb. 15: Raumsonde umkreist Vesta; im Hintergrund Sternenhimmel mit Sternbildern; Durchmesser der Planeten und der Sonne nicht maßstabsgerecht.

des Schalls – abgebremst werden. Das Fahrzeug heizt sich dabei auf, die Außenhaut wird glühend. Hier ist freilich ein anderes optimales Kriterium anzuwenden: Das Fahrzeug soll so fliegen, daß es möglichst wenig aufgeheizt wird.

Schließlich möchte ich noch zeigen, wo die Bundesrepublik Deutschland einen völlig eigenen und noch dazu sehr ansehnlichen Beitrag zur hochkomplexen Technologie der Raumfahrt erbringen kann.

Zwischen den Planeten Mars und Jupiter liegt der sogenannte Planetoidengürtel *(Abb. 12)*. Hier umkreisen Abertausende von kleinen Planeten – die sogenannten Planetoiden – die Sonne. Der größte von ihnen besitzt einen Durchmesser von etwa 1 000 km, und bis zum Staubkorn hinunter sind alle Größen vertreten. Diese kleinen Planeten sind mit freiem Auge nicht sichtbar mit Ausnahme eines einzigen: Er heißt Vesta, besitzt etwa 400 km Durchmesser und dreht sich in ca. 6 Stunden einmal um sich selbst *(Abb. 13)*. Entdeckt hat den Planeten 1807 der Bremer Arzt Olbers, der Mathematiker Gauß hat seine Bahn berechnet und ihm auch den Namen Vesta gegeben, nach der altitalischen Göttin des Hauses. Die Vesta ist sozusagen ein „deutscher" Planet. Von allen Planetoiden ist die Vesta für die Astrophysik der interessanteste: Es ist völlig rätselhaft, wie ein so relativ kleiner Körper auf derart riesige Entfernungen – die Vesta ist, sogar wenn sie der Erde (auf etwa 220 Millionen km) nahekommt, immer noch weiter von uns entfernt als die Sonne – mit freiem Auge noch sichtbar sein kann.

Es gibt in der Bundesrepublik Deutschland Überlegungen, eine kleine Raumsonde zur Vesta zu senden[17)]. Diese Raumsonde soll mit einem elektrischen Triebwerk ausgestattet werden. Solche elektrischen Triebwerke – auch Ionenstrahltriebwerke genannt – erzeugen nur einen geringen Schub, können dafür aber monatelang brennen. Bei der Firma MBB (Messerschmidt-Bölkow-Blohm) wird gera-

Abb. 16: Auf dem Planetoiden B 612

de ein derartiges Triebwerk entwickelt. Wir haben Hoffnung, daß die Arbeiten zum guten Abschluß kommen.

Die Kosten für eine solche Mission wären nicht allzu hoch; die Sonde könnte mit einer ARIANE-Rakete zunächst in eine Parkbahn um die Erde geschossen werden und – nach einiger Zeit – von da aus ihren Flug zur Vesta antreten.

Auch die Sowjetunion plant, gemeinsam mit den Vereinigten Staaten und Frankreich, eine Mission zur Vesta zu entsenden.

Optimale Flugbahnen zum Planetoiden Vesta zeigen die Abbildungen. Mit Ionenstrahltriebwerken ausgerüstete Sonden benötigen für die Reise gut 4 Jahre; die Bahnen sind dabei (optimal!) so ausgelegt, daß der Verbrauch an Treibstoff (Quecksilber oder Xenon) minimal ist. Führt man die Sonde dicht am Erdmond, in ca. 400 km Höhe über der Mondoberfläche, vorbei, wirkt das Schwerefeld des Mondes als eine Art zusätzliche Antriebskraft: Der Mond „schleudert", lenkt die Sonde in Richtung Vesta, und die Reise verkürzt sich, bei gleichem Treibstoffverbrauch um mehr als 9 Monate *(Abb. 14).*

Sollte der Besuch der Vesta wissenschaftlich vielleicht nicht so ergiebig sein, könnte die Sonde gleich zum Planetoiden B 612[18] weiterfliegen und dort den *kleinen Prinzen* aus Antoine de Saint-Exupérys kosmischem Märchen besuchen. Er würde sich freuen.

Anmerkungen

1) Die aus dem Altertum überlieferte Literatur enthält viele Hinweise auf den „Sternenhimmel als Kalender", etwa in den *Ländlichen Gedichten* des Vergil und dem *Festkalender* des Ovid: Die Passagen über Sterne und Sternbilder waren keineswegs dichterische Verklärungen oder Ausschmückungen, sondern handfeste, in poetische Worte gefaßte Gebrauchsregeln.
Dazu noch eine Begebenheit: Alexander von Humboldt berichtete, daß die Eingeborenen Südamerikas das Sternbild des *Kreuz des Südens* als Uhr benützten: Die Längsachse des Sternbildes dreht sich nämlich wie ein Zeiger um den Himmels-Südpol. Aus der Lage der Achse konnten die Amazonas-Indianer nachts die Uhrzeit auf Minuten genau ablesen, präziser: die bereits verstrichene Zeit angeben. (Dabei haben sie sogar die von Tag zu Tag sich ändernde relative Position des Sternbildes in ihre Rechnung mit einbezogen.)

2) Im fünften Gesang der Odyssee, in der Nachdichtung von Voß. Die genannten Sternbilder werden auch wiederholt im Alten Testament erwähnt, z. B. im Buch Hiob 9,9. Die verschiedenen Bibelübersetzungen differieren etwas bei der „Eindeutschung" der Namen der Sternbilder.
Und allein von allen sich nimmer im Ozean badet: Das Sternbild des *Großen Wagens (Ursa major, Großer Bär,* eigentlich *Die größere Bärin)* sinkt in nördlichen Breiten nie unter den Horizont, es ist (theoretisch) Tag und Nacht sichtbar.

3) Die Sonne tritt am 23. November in das Sternbild *Skorpion;* nicht zu verwechseln mit dem gleichnamigen Tierkreiszeichen der Astrologie.

4) Die Sternbilder *Skorpion, Schütze, Zentaurus, Kreuz des Südens* waren vor etwa 5000 Jahren, in der Jungsteinzeit, zur Frühzeit des ägyptischen Reiches, auch bei uns voll sichtbar: Das Kreuz des Südens konnte von „Düsseldorf" aus gesehen werden. Durch die Präzession, d. i. die Kreiselbewegung der Erdachse, inzwischen tief in den Südhimmel gewandert, werden sie in späteren Jahrtausenden wieder langsam heraufsteigen und in etwa 21000 Jahren wieder bei uns sichtbar sein; andere Sternbilder, wie etwa der *Orion,* werden dafür in den Südhimmel sinken und von unserem Nachthimmel verschwinden.

5) Sterne sind riesige Kernfusionsreaktoren: In ihrem Inneren wird Wasserstoff zu Helium, Helium zu Kohlenstoff usw. bis hinauf zu Eisen verschmolzen; die freiwerdende Energie tritt als Strahlung aus. Z. B. wird die Sonne in jeder Sekunde um 4 Millionen Tonnen (Masse) leichter, die, in Energie umgewandelt, als Licht und Wärme in den Weltraum abgestrahlt werden.

Der nach außen wirkende Druck des heißen Sterngases und die nach innen wirkende Schwerkraft halten den Stern im Gleichgewicht. Irgendwann einmal wird aber im Innern des Sterns aller Fusionsbrennstoff verbraucht sein, es wird kaum mehr Energie erzeugt, der Gasdruck nimmt ab. Bei einem großen Stern gewinnt in diesem Moment die Schwerkraft die Überhand und der Stern stürzt in Bruchteilen von Sekunden in sich zusammen. Unvorstellbare Energiemengen werden dabei frei: In Sekundenbruchteilen schnellen Druck und Temperatur auf gigantische Werte. In dem rasenden Inferno werden jetzt die schweren Elemente jenseits des Eisens erschaffen: wie Kupfer und Zinn, Silber und Gold, bis hinauf zum Uran.

Aber die freigesetzte Energie ist so gewaltig, daß sie den Stern noch während des Zusammenbrechens zerreißt: Der größte Teil seiner Materie mit den neugeschaffenen Elementen wird weggeschleudert, eine ungeheure Strahlung ergießt sich in den Weltraum, der Stern strahlt jetzt heller als Millionen, als Milliarden Sonnen, wird heller als ganze Milchstraßen: Eine *Super-Nova* leuchtet am Himmel – sie wird bald für immer verlöschen.

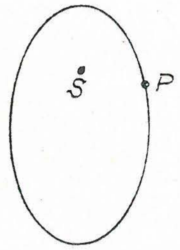
Viele chemische Elemente in unserem Körper, ohne die wir nicht leben könnten, ohne die kein Leben möglich ist – auch das Gold der Ohrringe, der Halskette – sind im Sterben eines großen Sterns erschaffen worden. Vgl. Kippenhahn, R.: *100 Milliarden Sonnen.* München: Piper, 1984. Ferris, T.: *Galaxien.* Basel: Birkhäuser, 1984.

6) Leonardos eigene Worte: *Nissuna umana investigazione si pò dimandare vera scienzia, s'essa non passa per le matematiche dimostrazioni. Non mi legga chi non è matematico, nelli mia principi.*
(Sertilanges, A. D.: *I pensieri di Leonardo da Vinci.* F-37400 Amboise: Le Clos Lucé, 1986).

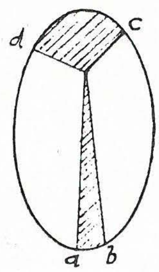
7) Keplers *Traum vom Mond.* Englisch: *Kepler's Somnium,* übersetzt von E. Rosen, 1967.

8) Doebel, G.: *Kepler.* Graz: Styria-Verlag, 1983.

9) Keplers Gesetze:
Gesetz 1: *Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen. Die Sonne steht im Brennpunkt.*
Gesetz 2: *Der Fahrstrahl von der Sonne zu einem Planeten überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen.* Für das Stück von a nach b braucht der Planet genausoviel Zeit wie von c nach d; die beiden schraffierten Flächenstücke haben den gleichen Inhalt. Der Planet läuft also schneller, wenn er sich der Sonne nähert; er wird langsamer, wenn er sich von ihr entfernt.



Gesetz 3: *Die Quadrate der Umlaufszeiten zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben der halben großen Achsen (der Bahnellipsen der Planeten).* Dieses Gesetz war für Kepler am schwierigsten aufzuspüren; er hat viele Jahre seines Lebens darauf verwendet.



Aus den drei Keplerschen Gesetzen hat Newton das Gravitationsgesetz abgeleitet. Mit der Vereinfachung Ellipse = Kreis (bei den Planetenbahnen trifft es „fast" zu) folgt das Gravitationsgesetz direkt aus dem 3. Keplerschen Gesetz (siehe etwa Gehrtsen, Ch.: *Physik.* Springer, Heidelberg).

10) Hegel: *Encyclopädie der philosophischen Wissenschaften im Grundriß. 2. Teil. Naturphilosophie (1817).*
Engels: *Herrn Eugen Dührings Umwälzung der Wissenschaft (1878).*
Siehe dazu auch *Gesetz und Harmonie. Johannes Kepler 1571–1630.* Sonderheft des deutschen Museums München.

11) Marx: *Mathematische Manuskripte.* Kronberg: Scriptor Verlag, 1974.

12) Johann Bernoullis Aufgabe aus dem Jahre 1696 in der Übersetzung: Eine neue Aufgabenstellung, zu deren Lösung die Mathematiker eingeladen sind:
Zu zwei in einer senkrechten Ebene gegebenen Punkten *A & B (siehe Fig. 5, TAB. V)* ist für den rollenden Massenpunkt *M* der Weg *A M B* anzugeben, auf dem er, durch seine Anziehung hinabfallend, in kürzester Zeit am Punkt *B* ankommt, wobei die Bewegung im Punkt *A* beginnen soll.
Wenn die Liebhaber dieser Aufgaben sich aufgefordert sehen und sich mit Hingabe an die Lösung dieses Problems machen, so sollten sie sich nicht in bloße Spekulation begeben, wie es mancher machen wird, wobei es noch dazu keinen Nutzen haben wird; aber es besitzt sicher größten Nutzen für andere Wissenschaften, aber auch für die Mechanik, was wohl niemand zunächst glauben würde. Damit ich gleich einem überstürzten Urteile auf das Entschiedenste entgegentrete, bemerke ich, daß zwar nun einmal die Gerade *A B* die kürzeste unter denjenigen Kurven ist, die *A & B* verbinden, aber nicht jene, die in kürzester Zeit durchlaufen wird; es ist indessen eine den Geometern sehr gut bekannte Kurve, die ich angeben werde, wenn sie nach Ablauf dieses Jahres kein anderer gefunden hat.

13) Vergil: Erster, vierter und sechster Gesang der *Äneis* in der Nachdichtung von Voß.
Die antike Tragödie von Dido und Äneas hat immer wieder Dichter und Künstler angeregt: u. a. Oper von Henry Purcell; bekannt und berühmt das Gemälde D. u. Ä. von Gerard de Lairesse in der Staatsgalerie Schleißheim b. München.
Byrsa: Der Name hat zwei Bedeutungen: griech. βύρσα = (gegerbtes) Fell, Ochsenhaut; phöniz. = Festung.
Karthago, griech. Καρχηδών, phöniz. Quart – hadascht = neue Stadt, liegt unter 36°54' Nord, 10°16' Ost: Hatte 300 v. Chr. ca. 150 000 Einwohner, heute Vorort von Tunis.
Avernus, Averno: See in der Nähe von Cumae, etwa 15 km westlich von Neapel, bei Pozzuoli; legendärer Eingang zur Unterwelt.
Die berühmte, weissagende cumäische Sibylle *Deiphobe* – sie soll 1 000 Jahre alt geworden sein – hatte der Äneas um Rat angefleht. Michelangelo hat sie in einer beeindruckenden Charakterstudie dargestellt: Im grandiosen Deckenfresko der Sixtina in Rom sitzt die Sibylle von Cumae zwischen dem Propheten Daniel und dem Propheten Jesaja.
Die alten Völker haben nach dem Mondkalender gezählt: Die 1 000 Jahre der Sibylle sind eigentlich Mondjahre, Mondperioden (synodische Monate) zu je 29,53 Tagen. 1 000 Mondjahre entsprechen etwa 81 gewöhnlichen (Sonnen-)Jahren.

14) Die Geschichte der Variationsrechnung und vieles mehr erzählen Stefan Hildebrandt und Anthony Tromba in ihrem schönen und lesenwerten Buch: *Panoptimum, Mathematische Grundmuster des Vollkommenen.* Heidelberg: Spektrum der Wissenschaft, 1987.

15) Goethe: *Über Mathematik und deren Mißbrauch.* Aus Goethes *Naturwissenschaftlichen Schriften.*
Vgl. auch die Bemerkungen in: Bulirsch, R.: *Sind die Mathematiker – ist die Mathematik zu etwas nütze?* In: *Technologie, Wachstum und Beschäftigung,* Festschrift für Lothar Späth. Heidelberg: Springer, 1987.

16) Ruppe, H. O.: *Die grenzenlose Dimension Raumfahrt 1,2.* Düsseldorf: Econ, 1982.

17) Eckstein, M. C., E. F. Jochim, A. F. Leibold, J. K. Lorenz, A. E. Pietrass: *Design and Navigation Accuracy Assessment of an Ion Drive Asteroids Flyby and Rendezvous Mission Launched by Ariane 4 APEX Demonstration Flight.* Internal Report GSOC 83–1. Oberpfaffenhofen: DFVLR 1983.
Eckstein, M. C., A. F. Leibold, A. E. Pietrass: *Effect of Changes in Spacecraft Design Data on Mission Design and Navigation Accuracy of the AMSAT Asteroid Rendezvous Mission.* Internal Report GSOC 84–1. Oberpfaffenhofen: DFVLR 1984.
Callies, R.: *Optimale Flugbahn einer Ionenrakete von der Erde zum Asteroiden Vesta.* Technische Universität München, Fakultät für Mathematik und Informatik, Diplomarbeit (Lehrstuhl Bulirsch) 1985.
Callies, R.: *Optimale Flugbahn einer Raumsonde zum Planetoiden Vesta. Missionsanalyse und Bahn-Manöver im Schwerefeld des Mondes für eine Sonde mit Ionenstrahltriebwerk.* Technische Universität München: Dissertation 1989.

18) Der Planetoid Nr. 612 existiert wirklich, im Sinne der Physik. Er wurde im Oktober 1906 von A. Kopff, Heidelberg, entdeckt und auf den Namen „Veronika" getauft (fast alle Planetoiden tragen weibliche Namen).
Daß Saint-Exupéry als Verkehrspilot ausgezeichnete Kenntnisse des Sternenhimmels besaß – die Sterne waren damals, in der Frühzeit der Fliegerei, wichtige Navigationshilfen –, soll nur noch am Rande vermerkt sein, ebenso, daß sein Märchen in Frankreich weit weniger Anklang gefunden hat als in Deutschland.

Quellenangaben zu den Abbildungen

Zur Erläuterung der gelegentlich nicht einfachen Sachverhalte wurden im Vortrag Filme und zahlreiche Dias eingespielt; die hier eingestreuten Abbildungen können nur als Anhaltspunkte dienen.
Mein Doktorand Herr Rainer Callies hat die optimalen Flugbahnen Erde–Vesta berechnet; mein Mitarbeiter Herr Dr. Bernd Kugelmann hat diese Zahlenfluten in Filme umgesetzt und auch die Filme über den optimalen Flug zum Mars, die optimalen Bremswege von Raumkapseln in der Lufthülle der Erde sowie das Bernoullische Problem der fallenden Kugel angefertigt.

Abb. 1: Die Abbildung ist der Zeitschrift *Sky & Telescope* (Juni 1987) entnommen; weitere Hinweise in der Zeitschrift *Astronomy* (August 1987). NORAD: North American Aerospace Defense Command.

Abb. 2: Van Gogh, 1888, aus Les Saintes-Maries-de-la-Mer („Marienheiligen" liegt 80 km westlich von Marseille) an seinen Bruder Theo in Paris: ... *in der blauen Tiefe funkelten grell die Sterne, grünlich, gelb, weiß, noch hellere rosa, leuchtender, diamantenhafter als bei uns – auch als selbst in Paris – wie lauter Edelsteine: Opale, Smaragde, Lapislazuli, Rubine, Saphire...*
Nach tastenden Versuchen die Stimmung der Nacht einzufangen – van Gogh hatte zunächst „zur Übung" das *Nachtcafé* und die *Caféterrasse am Abend* gemalt – wagte er sich an die Ausführung von *La nuit étoilée.* Er hat sie Ende September 1888 in Arles gemalt: Es ist etwa eine Stunde vor Mitternacht, der Blick geht über die Rhone hinüber zur Brücke von Trinquetaille, im Norden hängt tief am Himmel das Sternbild des Großen Wagens. (In Wirklichkeit liegt die Brücke im Südwesten, van Gogh hat die Sterne des nördlichen Himmels dorthin „verlegt").
Van Gogh in einem Brief an Bruder Theo:
... *Der Himmel ist grünblau, das Wasser königsblau und das Gelände lila. Die Stadt ist blau und violett, das Gras gelb, und die Reflexe sind rotgolden und gehen bis ins Bronzegrüne. Auf dem grünblauen Himmelszelt funkelt grün und rosa der Große Bär, dessen zurückhaltende Blässe mit dem brutalen Gold des Gaslichts kontrastiert...*
Das Kunstwerk, 75,5 x 92 cm, befindet sich in der Privatsammlung Moch, Paris. Vgl. Zurcher, B.: *Vincent van Gogh.* München: Hirmer, 1985.

Abb. 3: Das Bild ist dem Werk von S. Laustsen, C. Madsen, R. M. West: *Entdeckungen am Südhimmel,* Springer, Birkhäuser, 1987, entnommen. Das Buch enthält beeindruckende Sternfeld-Aufnahmen des Südhimmels.

Abb. 4, 5 und 8: NASA – Bilder; Jet Propulsion Laboratory, Pasadena.

Abb. 7: oberer Teil: Reproduktion aus der Zeitschrift *Acta Eruditorum* (Juni 1696).

Abb. 9: Der Kartenausschnitt „östliches Mittelmeer" entstammt der *Encyclopædia Britannica,* Band 17, S. 943, Ausgabe 1980.
Der Stadtplan von Karthago ist der *Großen Brockhaus Enzyklopädie,* Band 9, S. 799, Ausgabe 1970, entnommen.

Abb. 12 und 13: Diagramm des Planetoidengürtels und Abbildungen der Vesta aus *Sky & Telescope* (Juni 1987).

Abb. 16: Das Bild *Planetoid B 612* stammt aus dem Buch *Der kleine Prinz.* Düsseldorf: Karl Rauch Verlag 1956; es wurde vom Autor Antoine de Saint-Exupéry selbst gezeichnet.